



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA
AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO
GRADO EN INGENIERÍA AEROESPACIAL

TRABAJO FIN DE GRADO

Análisis en sistemas eléctricos en microsatélites.

Desarrollo de módulos para una *Concurrent Design Facility*
(CDF) para desarrollo y análisis de misiones espaciales.

AUTOR: Eduardo ANDRÉS ENDÉRIZ

ESPECIALIDAD: Ciencias y Tecnologías Aeroespaciales (CTA)

TUTOR PROFESIONAL: José MESEGUER RUIZ

TUTOR ACADÉMICO: Santiago PINDADO CARRIÓN

Junio de 2015

AGRADECIMIENTOS

A mis padres, que han apoyado incondicionalmente mis decisiones a lo largo de los años. Nada hubiera sido posible sin vosotros, os quiero mucho. Gracias por estar ahí celebrando los buenos momentos y animándome en las malas épocas.

A mi hermana Lucía, a pesar de nuestras innumerables discusiones, la quiero mucho y nada sería lo mismo sin ella.

A Santiago, un profesor y tutor increíble que ha hecho posible este proyecto. Gracias por estar siempre ahí cuando lo necesitábamos, por todo el apoyo y por la confianza depositada en nosotros.

A mis compañeros de batallas y ya grandes amigos, sin vosotros mi paso por la universidad no hubiera sido igual. Gracias a Mario, Manu, Héctor, Mario, Paula y Ane. Gracias por todas los maravillosos momentos que pasamos juntos, y sobre todo por aguantarme día tras día.

LISTA DE CONTENIDOS

1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. MONITORIZACIÓN DE BATERIAS.....	3
2.1. SISTEMA DE POTENCIA E IMPORTANCIA DEL USO DE BATERÍAS.....	3
2.2. BATERÍA DEL SATÉLITE UPMSAT-2.....	4
2.3. PROCESO DE MONITORIZACIÓN.....	6
2.3.1. Sala limpia y su protocolo de uso.....	7
2.3.2. Monitorización y curvas de medida de la batería.....	8
3. MÓDULO DE MISIÓN PARA UNA CDF	13
3.1. CONCURRENT DESIGN FACILITY.....	14
3.1.1. Ingeniería concurrente vs Ingeniería tradicional.....	14
3.1.2. Introducción al diseño de misiones espaciales.....	15
3.1.3. La ESA y el diseño concurrente: CDF.....	16
3.1.4. CDF del Instituto IDR/UPM.....	20
3.2. PROBLEMA DE LOS DOS CUERPOS.....	21
3.2.1. Órbitas keplerianas.....	21
3.2.2. Parámetros orbitales.....	26
3.2.3. Perturbaciones orbitales.....	31
3.3. ANÁLISIS PRÁCTICO DE ÓRBITAS.....	40
3.3.1. Tipos de órbitas.....	41
3.3.2. Estudio de las trazas orbitales.....	51
3.3.3. Transferencias y mantenimiento orbitales.....	54
3.3.4. Análisis de eclipses.....	65
3.3.5. Cobertura de un satélite y visibilidad desde tierra.....	68
3.4. MÓDULO DE CÁLCULO ORBITAL.....	76
3.4.1. Selector de órbitas.....	76
3.4.2. Módulo de transferencias.....	79
3.4.3. Análisis orbital.....	82
3.4.4. Ideas generales.....	85
3.5. CASOS DE ESTUDIO.....	86
3.5.1. Aqua's SS-O [12].....	86
3.5.2. Tiempo de eclipse máximo del satélite SpaceChip [14].....	87
3.5.3. Representación RSTO [13].....	88
3.5.4. Mantenimiento de geometría en órbitas LEO [11].....	89

3.5.5 Características de órbitas GEO [10].....	90
4. CONCLUSIONES.....	91
5. BIBLIOGRAFÍA.....	93
ANEXO 1: MANUAL DE USO DEL MÓDULO DE MISION DE LA CDF DEL IDR/UPM	95
ANEXO 2: TEOREMAS DE LA TRIGONOMETRÍA PLANA Y ESFÉRICA.....	121
ANEXO 3: IMÁGENES DE LA BATERÍA 6S4P VES 16	123

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1: BATERÍA VES 16 DE SAFT [17].....	5
FIGURA 2.2: ESTRUCTURA MODULAR BATERÍA 6S4P [17].....	5
FIGURA 2.3: BATERÍA DEL UPMSAT-2 EN SU CAJA PROTECTORA.....	6
FIGURA 2.4: MEDIDOR DE PARTÍCULAS P311 AIRY TECHNOLOGY.....	8
FIGURA 2.5: MEDIDA DE LA TENSIÓN DE LA BATERÍA.	9
FIGURA 2.6: TENSIÓN TOTAL DE LA BATERÍA $V[V]$ A LO LARGO DEL TIEMPO T [SEMANAS].	10
FIGURA 2.7: REGLITA PARA MEDIR LAS TENSIONES INDIVIDUALES POR BATERÍA.....	10
FIGURA 2.8: MÁXIMA DIFERENCIA $[mV]$ ENTRE LA MÁXIMA Y LA MÍNIMA TENSIÓN DE UNA SERIE DE BATERÍAS A LO LARGO DEL TIEMPO T [SEMANAS].....	11
FIGURA 3.1: TIEMPOS Y COSTES EN INGENIERÍA SECUENCIAL Y CONCURRENTE [3].....	15
FIGURA 3.2: DISPOSICIÓN DE LA CDF [16].	17
FIGURA 3.3: FLUJO DE INFORMACIÓN EN EL DISEÑO CONCURRENTE [16].	19
FIGURA 3.4: CDF DEL INSTITUTO "IGNACIO DA RIVA".....	20
FIGURA 3.5: ÓRBITA KEPLERIANA [4].	23
FIGURA 3.6: REPRESENTACIÓN 2ª LEY DE KEPLER [4].....	24
FIGURA 3.7: ELEMENTOS CLÁSICOS DE LA ÓRBITA [2].	28
FIGURA 3.8: REPRESENTACIÓN ANOMALÍA EXCÉNTRICA [10].....	29
FIGURA 3.9: FIGURA DE APOYO PARA PROYECTAR VECTORES [8].....	31
FIGURA 3.10: TIPOS DE VARIACIONES DE LOS PARÁMETROS [8].....	33
FIGURA 3.11: EFECTOS DE LA PRESIÓN DE RADIACIÓN SOLAR.	36
FIGURA 3.12: ÓRBITA GEOESTACIONARIA.....	42
FIGURA 3.13: DESVIACIONES TRAZA ÓRBITA GEO.....	42
FIGURA 3.14: DISTRIBUCIÓN DE TIEMPOS DE ECLIPSE EN LA ÓRBITA GEO [10].	44
FIGURA 3.15: ÓRBITA TIPO MOLNIYA.....	48
FIGURA 3.16: TRAZA ÓRBITA RG/MOLNIYA.....	50
FIGURA 3.17: DESFASE EN LONGITUD ENTRE PASES CONSECUTIVOS DE LA TRAZA [10].....	52
FIGURA 3.18: DETERMINACIÓN DE LA TRAZA ORBITAL POR PUNTOS [10].	53
FIGURA 3.19: TRAYECTORIA TRAS EL LANZAMIENTO [10].	54
FIGURA 3.20: ÓRBITA DE TRANSFERENCIA DE HOHMANN.	56
FIGURA 3.21: CÁLCULO DEL INCREMENTO DE VELOCIDAD GENÉRICO.	58
FIGURA 3.22: TRANSFERENCIA DE EFICIENCIA MENOR A LA DE HOHMANN.....	58
FIGURA 3.23: EJEMPLO DE MANIOBRA COMBINADA.....	59
FIGURA 3.24: TRANSFERENCIAS PARA SISTEMAS DE BAJO EMPUJE [7].....	61
FIGURA 3.25: MANIOBRA DE VARIACIÓN DE RAAN [10].	62
FIGURA 3.26: MANIOBRA DE VARIACIÓN DEL ARGUMENTO DEL PERIGEO.	63
FIGURA 3.27: TIPOS DE ECLIPSE EN FUNCIÓN DE LA POSICIÓN RELATIVA.	66

FIGURA 3.28: SISTEMA DE REFERENCIA PARA EL CÁLCULO DE ECLIPSES [7].....	67
FIGURA 3.29: FOV Y IAA DEL SATÉLITE [7].....	69
FIGURA 3.30: RELACIONES ENTRE EL SATÉLITE, EL OBJETIVO Y EL CENTRO DE LA TIERRA [7].	70
FIGURA 3.31: GEOMETRÍA DEL PROBLEMA DE VISIBILIDAD DESDE TIERRA [7].....	74
FIGURA 3.32: EJEMPLO REPRESENTACIÓN TRIDIMENSIONAL ÓRBITA.....	77
FIGURA 3.33: EJEMPLO REPRESENTACIÓN TRAZA.....	77
FIGURA 3.34: SELECTOR DE ÓRBITAS PARTICULARES.....	78
FIGURA 3.35: MÓDULO DE TRANSFERENCIAS.....	79
FIGURA 3.36: REPRESENTACIÓN DEL INCREMENTO DE VELOCIDAD Δv [km/s] DE UNA TRANSFERENCIA ORBITAL EN FUNCIÓN DEL TIEMPO T [h] QUE REQUIERE.	80
FIGURA 3.37: ÓRBITA DE HOHMANN SEGMENTADA (LINEA DISCONTINUA) Y BARRIDO DE TRANSFERENCIAS DE MENOR DURACIÓN QUE LA TRANSFERENCIA CLÁSICA DE HOHMAAN (LINEAS CONTINUAS).	81
FIGURA 3.38: MÓDULO DE CÁLCULO DE TIEMPO MÁXIMO DE ECLIPSE.	82
FIGURA 3.39: MÓDULO DE CÁLCULO DE COBERTURA.	83
FIGURA 3.40: MÓDULO DE CÁLCULO DE VISIBILIDAD.....	84
FIGURA 3.41: MÓDULO DE CÁLCULO DE PERTURBACIONES Y CORRECCIONES.	85
FIGURA 3.42: CÁLCULO INCLINACIÓN SATÉLITE AQUA.....	86
FIGURA 3.43: VARIABLES DIMENSIONADO SUBSISTEMA DE POTENCIA [14]	87
FIGURA 3.44: CÁLCULO TIEMPO DE ECLIPSE SATÉLITE SPACECHIP	87
FIGURA 3.45: TRAZA RSTO [13].....	88
FIGURA 3.46: REPRESENTACIÓN TRAZA RTSO MEDIANTE EL PROGRAMA	89
FIGURA 3.47: VARIACIONES DE ALTITUD Y CORRECCIONES [11]	90
FIGURA 3.48: CÁLCULO DEL MANTENIMIENTO CON EL MÓDULO	90

LISTA DE TABLAS

TABLA 2.1: NÚMERO MÁXIMO DE PARTÍCULAS $[p/m^3]$ QUE ADMITE UNA SALA LIMPIA ISO 8 EN FUNCIÓN DE SU TAMAÑO. FUENTE: <i>NORMA ISO-14644</i>	7
TABLA 3.1: VARIACIÓN DE LA VIDA MEDIA DEL SATÉLITE EN FUNCIÓN DE LA ALTURA H [km] DE LA ÓRBITA DEBIDO A LA FRICCIÓN EJERCIDA POR LA ATMÓSFERA [10].	37
TABLA 3.2: VARIACIÓN DEL FACTOR DE ESCALA H [km] Y LA DENSIDAD $[kg/m^3]$ EN FUNCIÓN DE LA ALTURA [km] DE ESTUDIO. FUENTE: <i>DAVID A. VALLADO – FUNDAMENTALS OF ASTRODYNAMICS AND APLICATIONS</i>	38

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo de fin de grado es la exposición de los resultados y conclusiones, fruto de las tareas desarrolladas durante las practicas curriculares en el Instituto Universitario de Microgravedad “Ignacio Da Riva” (IDR/UPM) el presente curso académico. La estructura del trabajo se compone de dos bloques diferenciados entre sí: el seguimiento de una batería y el desarrollo de un módulo para una CDF.

Un primer bloque se centra en el proceso de monitorización de la batería que irá embarcada en el satélite UPMSat-2. Se explicarán las características que presenta dicha batería, así como su importancia dentro del subsistema de potencia del satélite, como complemento a las placas solares en el suministro de energía eléctrica durante el transcurso de la misión que lleve a cabo. De forma periódica durante el curso se han realizado mediciones de los niveles de tensión para estudiar su evolución temporal y controlar que no sobrepasaban los límites mínimos y máximos marcados en el manual de uso. Todo el proceso se ha llevado a cabo en una sala limpia, un entorno controlado con la finalidad de minimizar la cantidad de partículas contaminantes y así evitar que dañen los componentes electrónicos más sofisticados. Este trabajo fue desarrollado de acuerdo al programa de prácticas en empresa más trabajo de fin de grado de la ETSI Aeronautica y del Espacio.

El segundo bloque consiste en la explicación de todo lo necesario para el diseño de un modulo de cálculo orbital, para su posterior uso en una instalación de diseño concurrente o CDF (*Concurrent Design Facility*).

En los apartados iniciales se expondrán los conceptos físicos necesarios para la comprensión del programa desarrollado. Como puede tratarse de un término desconocido, se comienza tratando con el concepto de CDF, una instalación que implementa la filosofía de la llamada ingeniería concurrente, y permite el trabajo de ingenieros y diversos especialistas de forma conjunta en el proceso de diseño, reduciendo notablemente los tiempos empleados. A continuación se pasa al desarrollo de los aspectos teóricos sobre el cálculo orbital, comenzando por el caso más general

del movimiento de dos cuerpos atraídos entre sí por la acción gravitatoria para después comentar las diversas aplicaciones prácticas que presenta.

Se finaliza con el programa que se ha creado, comentando sus diferentes características y funciones incluidas. Durante el capítulo dedicado a dicho software se ilustrarán las diversas funcionalidades mediante una serie de ejemplos concretos. Simultáneamente al proceso de desarrollo, se ha realizado una comparación con el módulo de cálculo orbital proporcionado por la Agencia Espacial Europea y se comentarán las similitudes y diferencias principales con respecto al mismo. Para justificar la aplicabilidad del software se ha incluido un conjunto de casos de estudio, en los que se pretende obtener el orden de error de los métodos implementados en comparación con los resultados obtenidos por diversas publicaciones especializadas.

De forma adicional se incluye una bibliografía a la que se recomienda acudir si el lector desea profundizar en los conceptos físicos desarrollados o comprenderlos mejor.

Este proyecto se compone por:

- Este informe, memoria de las tareas llevadas a cabo.
- El programa *cdf_mission_module* desarrollado en MATLAB.
- Un manual de uso del programa a modo de anexo.

2. MONITORIZACIÓN DE BATERIAS

Como tarea principal durante las prácticas curriculares realizadas en IDR/UPM se encomendó un proceso de seguimiento, o monitorización, de la batería destinada al satélite UPMSat-2, para controlar que sus características se mantuvieran dentro de unos límites marcados.

En primer lugar, durante la sección 2.1 se comentan los aspectos generales que caracterizan al sistema de potencia de un satélite, y en concreto la importancia de las baterías dentro del mismo. Más adelante, en la sección 2.2, se exponen las características más relevantes de la batería empleada y las variables que deben controlarse durante el proceso de monitorización.

Finalmente, se concluye en la sección 2.3 con el proceso de medida seguido para monitorizar la batería, ilustrando con datos experimentales la evolución temporal de las variables significativas. Debido a que el proceso se lleva a cabo dentro de una sala limpia, se incluye un apartado dedicado a sus procedimientos de uso.

2.1. SISTEMA DE POTENCIA E IMPORTANCIA DEL USO DE BATERÍAS

El sistema de potencia de un satélite es el responsable de la obtención y distribución de la energía que necesitan todos los equipos e instrumentos a bordo. De él dependen algunos de los demás sistemas (comunicaciones, control térmico o control de actitud entre otros), ya que en ausencia de energía sería imposible su funcionamiento.

El sistema de potencia tiene tres componentes principales:

- *Fuente primaria:* obtiene la energía necesaria para el funcionamiento de la instrumentación. Existen diferentes formas de conseguirlo, siendo la energía solar la opción del UPMSat-2. Las células fotovoltaicas que componen los paneles solares son capaces de transformar la energía solar que captan en energía eléctrica.

- *Fuente secundaria:* va almacenando parte de la energía obtenida por la fuente primaria, de forma que cuando ésta no esté operativa haya una opción alternativa. En el UPMSat-2 la tarea es llevada a cabo por las baterías, que se recargarán cuando los paneles fotovoltaicos estén expuestos al Sol.
- *Sistema de control y distribución:* se encarga de que cada uno de los sistemas integrados en el satélite reciban la cantidad de potencia eléctrica apropiada para su correcto funcionamiento.

Este capítulo se centra en las baterías como componente dentro de un subsistema de potencia. Ya se han elegido como fuente de potencia principal los paneles solares pero, ¿qué sucedería si el satélite se encuentra a la sombra porque la Tierra intercepta los rayos solares? En este punto entran en juego las baterías, que durante los periodos de Sol almacenan energía procedente de los paneles solares y se recargan para que en los períodos de eclipse haya energía disponible para los equipos que la requieran. De esta forma el satélite que dependa de la energía solar puede disponer de potencia eléctrica aunque esté a la sombra. En lo sucesivo se analizará la batería del UPMSat-2.

2.2. BATERÍA DEL SATÉLITE UPMSat-2

La batería de estudio se trata del modelo 6S4P VES16 de la empresa Saft, una compañía francesa, puntera a nivel mundial en el ámbito del diseño y desarrollo de baterías con fines industriales y de defensa. En concreto, tienen más de 45 años de experiencia en el desarrollo de baterías con fines espaciales, que han demostrado un extraordinario comportamiento en condiciones de vacío, resistencia a las temperaturas extremas y largos periodos de misión.

El modelo 6S4P VES16 está compuesto por un total 24 baterías individuales VES16 conectadas entre sí. La VES16 es una batería recargable, basada en la tecnología ión-litio, y se caracteriza por una larga vida útil, pudiendo ser empleada en misiones espaciales de hasta 18 años de duración sin apenas experimentar degradación [17]. Sus excepcionales características han demostrado ser ideales a lo largo de los años para satélites geoestacionarios, LEO y MEO. En la Figura 2.1 se muestra la batería VES16.



Figura 2.1: Batería VES 16 de Saft [17].

Como se indica en la página web de Saft [17] la batería proporciona una tensión media de 3.6 V, con una capacidad nominal de 4.5 A·h. Los límites de tensión indicados son de 2.7 y 4.1 V, debiéndose cumplir en todo momento para no ocasionar una degradación prematura de la batería.

Es posible crear baterías más sofisticadas como combinación de las VES 16 descritas si se desea aumentar la tensión disponible. En particular, 6S4P es el nombre de la estructura modular compuesta por 4 series de 6 baterías dispuestas en paralelo. En la Figura 2.2 se muestra la disposición general de las baterías más complejas.

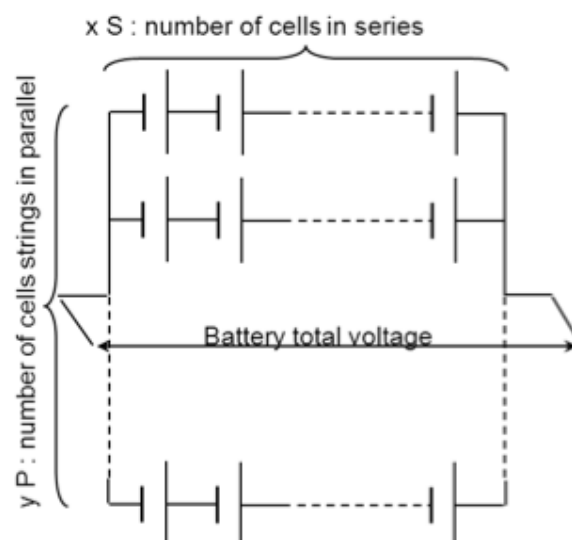


Figura 2.2: Estructura modular batería 6S4P [17].

Las características de la batería global del sistema serán una adición de las que tenía una individual. En este caso concreto la tensión total corresponde con la suma de las tensiones de cada una de las 6 baterías individuales dispuestas en serie, siendo de media 21.6 V, y no debiéndose superar nunca la cota máxima de 24.6 V. Por otro lado, la capacidad nominal, resultante de la combinación de las 4 series, es de 18 A·h. El proceso de monitorización comentado más adelante tiene como finalidad el control de la evolución de tensión la batería a lo largo del tiempo.



Figura 2.3: Batería del UPMSat-2 en su caja protectora.

2.3. PROCESO DE MONITORIZACIÓN

El proceso de monitorización de la batería consiste en la realización de mediciones periódicas de su tensión y de las dispersiones existentes entre las diferentes celdas que la componen, para controlar así que las tensiones se mantienen dentro de los márgenes estipulados por el manual de uso.

La tarea se lleva a cabo en la sala limpia de IDR/UPM. En los apartados sucesivos se describe el protocolo de uso de la sala limpia y las el proceso seguido en las mediciones de la batería.

2.3.1. Sala limpia y su protocolo de uso

Para los lectores no familiarizados con las salas limpias se va a dedicar este apartado a una explicación general de sus características, las normas que las rigen, y en concreto del protocolo seguido en la que se encuentra disponible en el IDR/UPM.

La sala limpia es una estancia en la que se tiene un estricto control del número de partículas en suspensión que se hallan en el aire, además de otros parámetros como la temperatura, la presión y la humedad relativa. Una de las características más relevantes que permiten la minimización del número de partículas que hay presentes, y dificulta su introducción desde el exterior, es el gradiente de presión positiva existente. Al haber un mayor nivel de presión en el interior que en el exterior, en caso de fugas, cualquier flujo de aire tiende a salir de la sala. Por otro lado, todo el aire que entra en la sala debe antes pasar por una serie de filtros que retienen las partículas no deseadas.

Las salas limpias se clasifican según la norma internacional ISO-14644 y establece diferentes niveles en función de la cantidad de partículas por metro cúbico que permiten. Existen 9 niveles o clases, siendo la clase 1 la más restrictiva y la clase 9 la que menos. Cada clase queda definida por el número máximo de partículas de cada tamaño que admite. En concreto, la sala limpia del Instituto IDR/UPM es de clase 8, y su normativa se recoge en la siguiente tabla:

Tabla 2.1: Número máximo de partículas [p/m^3] que admite una sala limpia ISO 8 en función de su tamaño. Fuente: Norma ISO-14644.

Clasificación ISO	$\geq 0,5 \mu\text{m}$	$\geq 1 \mu\text{m}$	$\geq 5 \mu\text{m}$
ISO 8	3.520.000	832.000	29.300

En lo sucesivo se va a describir el proceso a seguir para el uso correcto de la sala limpia de IDR/UPM. El primer paso, antes de entrar en ella, consiste en vestirse adecuadamente para evitar introducir partículas indeseadas. La vestimenta se compone de una bata, un gorro para cubrir el pelo y patucos para cubrir el calzado. De forma adicional puede ser necesario el uso de cubrebarbas.

Una vez preparado, ya se puede entrar en la sala, y antes de realizar cualquier tarea se debe medir el nivel de partículas para comprobar que cumple la normativa. Para ello se emplea el medidor modelo P311 de Airy Technology, que se muestra en la Figura 2.4.



Figura 2.4: Medidor de partículas P311 Airy Technology.

Este instrumento toma aire en cinco zonas de la sala durante periodos un minuto y realiza un conteo del número de partículas presente en la sala. Conocidos los niveles se comparan con la norma, y si los cumplen se puede comenzar el trabajo, en caso contrario se debe limpiar la sala. El proceso consiste en la limpieza mediante alcohol isopropílico de las zonas más susceptibles de retener partículas perjudiciales, así como una limpieza exhaustiva de la mesa de trabajo.

Concluido el proceso de limpieza, se realiza una nueva medición de partículas, comprobando que se cumple la norma, tras lo cual se puede empezar a trabajar en la sala.

2.3.2. Monitorización y curvas de medida de la batería

Una vez se ha comprobado que la sala de trabajo mantiene los niveles de partículas adecuados y no entraña ningún peligro para la batería, se puede sacar de su caja protectora y comenzar a manipularla. Durante el proceso de monitorización hay dos tareas principales que se deben llevar a cabo:

- Medida de la tensión total de la batería como sistema global.
- Medida de la tensión de cada una de las 24 baterías, o celdas, individuales que la componen.

Para mostrar el sistema de medida se ilustra en la Figura 2.5 el montaje necesario. Además de la batería, es preciso disponer de un voltímetro o polímetro para realizar las medidas necesarias, y una regleta que permita acceder a las diferentes celdas de la batería.

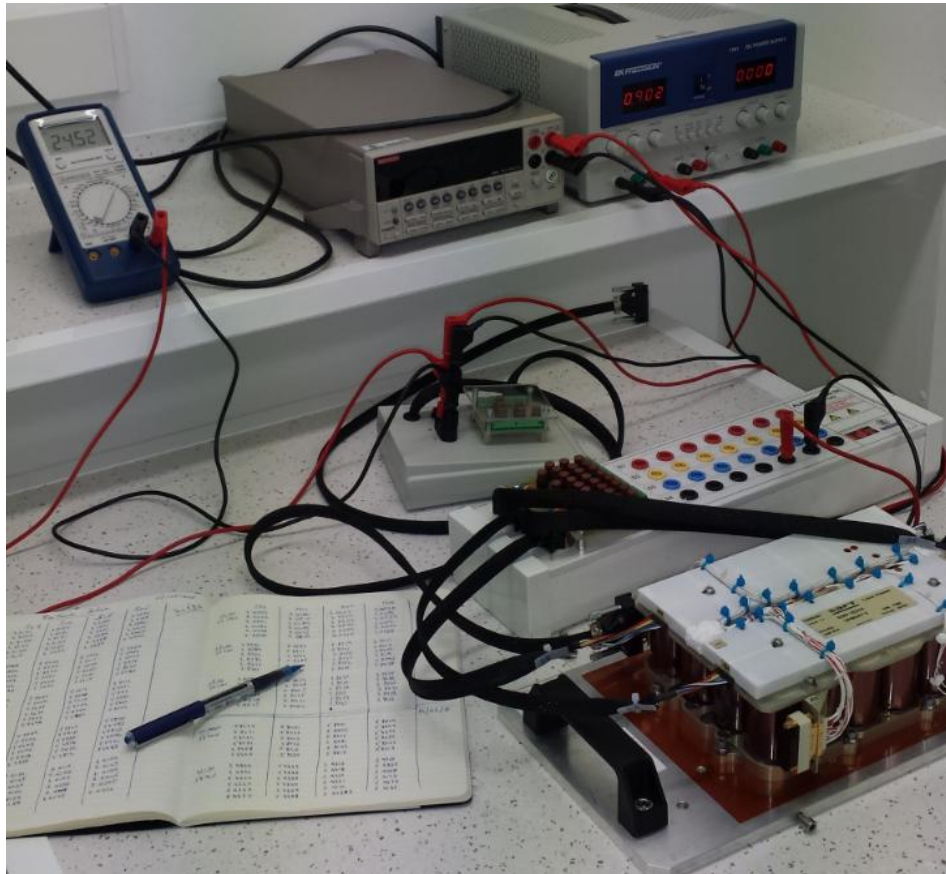


Figura 2.5: Medida de la tensión de la batería.

En primer lugar, si se desea conocer la medida de la tensión total, existe una conexión (denominada J01) situada en el lateral de la batería a la que es posible conectar un voltímetro. En la Figura 2.6, mediante datos experimentales, se muestra la descarga gradual que experimenta la batería a lo largo de varias semanas de medida. Con los datos procedentes de todas las mediciones llevadas a cabo, es posible representar curvas de descarga de la batería a lo largo del tiempo, y así analizar su comportamiento.

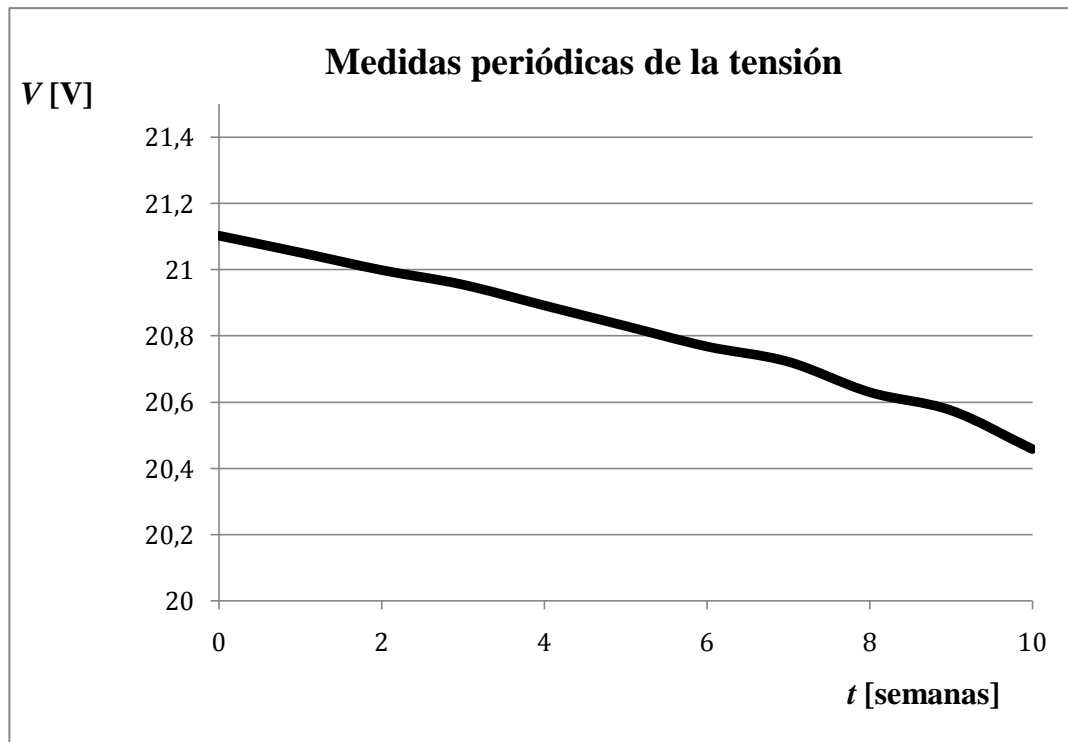


Figura 2.6: Tensión total de la batería V [V] a lo largo del tiempo t [semanas].

Una vez se conoce la tensión total de la batería global el siguiente paso es el control de las diferentes celdas que la componen. Para ello cuenta con 4 conexiones (denominadas J03, J04, J05 y J06), de forma que cada una da acceso a las diferentes series de baterías dispuestas en paralelo. El instrumento mostrado en la Figura 2.7 permite ir midiendo la tensión de cada una de las celdas individuales.

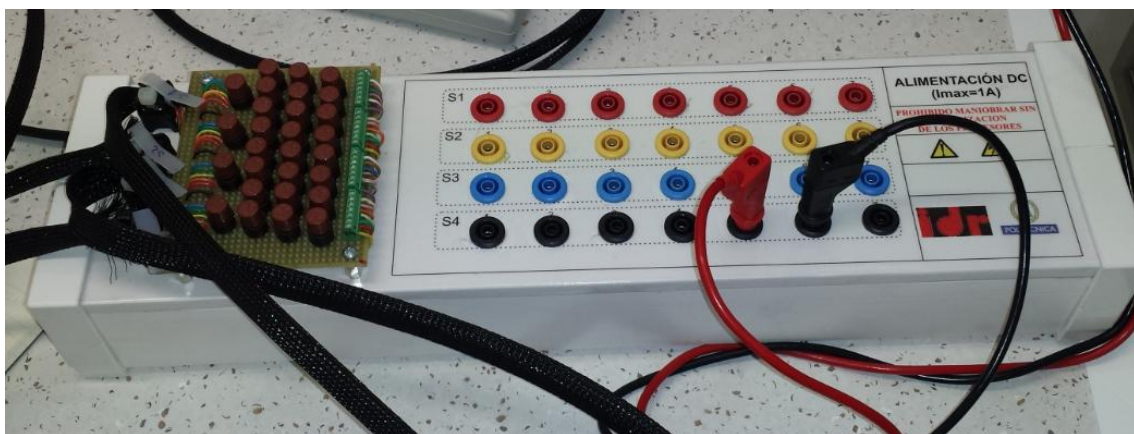


Figura 2.7: Regleta para medir las tensiones individuales por batería.

El elemento anterior tiene cuatro conectores principales, destinados cada uno a las 4 series de baterías, de forma que con un voltímetro sea posible ir determinando los voltajes individuales.

Con todas estas medidas individuales se debe controlar que la diferencia entre tensiones de baterías de la misma serie no supere una cota definida. En el momento que se superase debería llevarse a cabo un proceso de equilibrado, según las instrucciones incluidas en el manual de uso, para igualar de nuevo las tensiones. En la Figura 2.8 se muestra como la diferencia existente entre las tensiones de una serie de las baterías individuales se va incrementando a lo largo del tiempo.

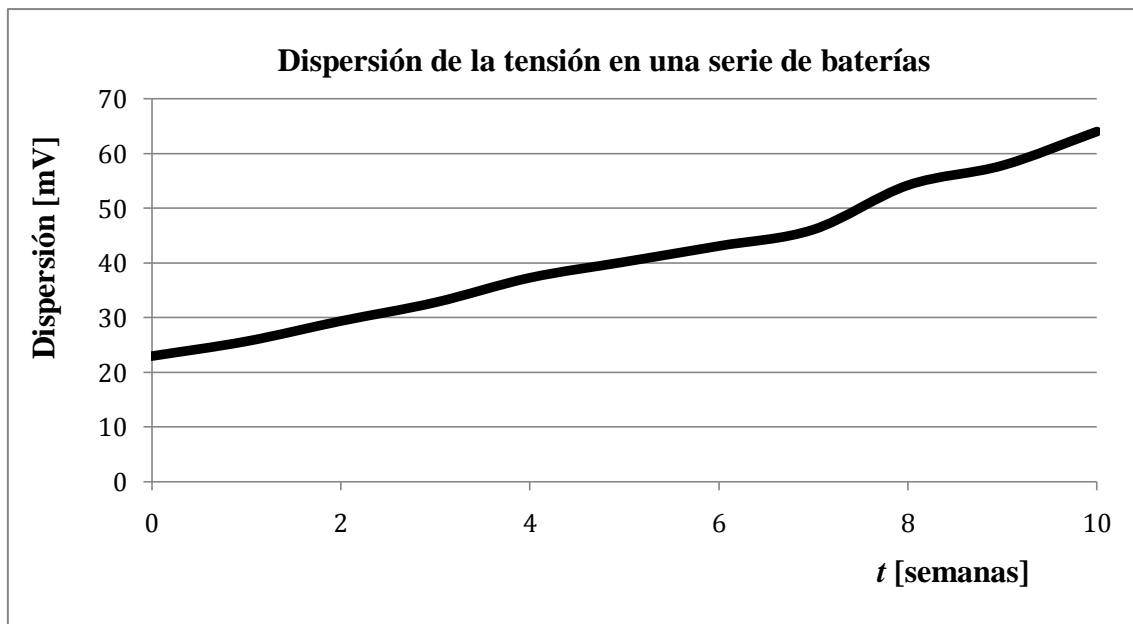


Figura 2.8: Máxima diferencia [mV] entre la máxima y la mínima tensión de una serie de baterías a lo largo del tiempo t [semanas].

La variación de los niveles de tensión de una batería es constante, de ahí que deba realizarse un continuo seguimiento para que se mantenga dentro de los intervalos definidos en el manual de uso, de forma que presente un correcto funcionamiento durante su vida útil.

3. MÓDULO DE MISIÓN PARA UNA CDF

Como tarea adicional al seguimiento de la batería del UPMSat-2, durante el periodo de prácticas en el Instituto IDR/UPM se propuso el desarrollo de un módulo de cálculo orbital para su uso en una CDF, o sala de diseño concurrente. En esta tercera parte se van a desarrollar los aspectos fundamentales para su creación. En la sección 3.1 se introducen las CDF, para aquellos que no estén familiarizados con el término. Se describe la filosofía que caracteriza a la llamada ingeniería concurrente, y sus aplicaciones a las etapas de diseño de una misión espacial. En la sección 3.2 se comienza a tratar la teoría de la mecánica orbital. Los primeros apartados se centran en el problema del movimiento de dos cuerpos, y su solución particular aplicable al caso de satélites orbitando alrededor de la Tierra. Se concluye incluyendo en el problema las perturbaciones más frecuentes ocasionadas por factores ajenos. En la sección 3.3 de forma complementaria a los aspectos tratados previamente, se continúa con las diversas aplicaciones prácticas de las órbitas: las clases de órbitas más frecuentes y sus características, la definición de trazas sobre la superficie terrestre, el análisis de maniobras y transferencias entre diferentes órbitas, la obtención de tiempos de eclipse, y las cualidades del movimiento en cuanto a cobertura y visibilidad del satélite. En la sección 3.4, tras conocer toda la teoría necesaria, se explica el programa de cálculo orbital que se ha desarrollado, tomando como referencia el proporcionado por la ESA, a la vez que comentan las similitudes y las funciones extra que se han incluido. Para finalizar, en la sección 3.5 se analizan diversos casos de estudio, con el fin de justificar la utilidad del módulo, tomando como referencia resultados de diferentes publicaciones especializadas.

3.1. CONCURRENT DESIGN FACILITY

En esta primera sección se describe el concepto de CDF o *Concurrent Design Facility*. Inicialmente se expone la filosofía de la ingeniería concurrente, en contraposición a una visión secuencial más tradicional, junto con un breve esquema de las principales etapas en el desarrollo de una misión espacial.

En segundo lugar se analiza la solución de la Agencia Espacial Europea (ESA) para el diseño de misiones espaciales, la CDF, una infraestructura que permite la yuxtaposición del diseño preliminar y los métodos de ingeniería concurrente. Se finaliza comentando la CDF disponible en IDR/UPM en la que se ha desarrollado este proyecto.

3.1.1. Ingeniería concurrente vs Ingeniería tradicional

Para comprender qué es una CDF es preciso comenzar comentando el término de ingeniería concurrente y realizar una comparación con el concepto de ingeniería secuencial o tradicional.

Ambos constituyen dos enfoques de trabajo diametralmente opuestos entre si. En la *ingeniería secuencial*, cada uno de los involucrados de las diferentes áreas de desarrollo, tras llevar a cabo su tarea correspondiente transfieren los resultados obtenidos al próximo sector. El siguiente agente es muy probable que encuentre errores desde la perspectiva de su especialidad, retornando la tarea al sector previo para realizar las correcciones y ajustes necesarios. Se produce por tanto un proceso de continua realimentación y cambio, causantes de unos mayores costes y tiempos de desarrollo.

En oposición a esta metodología surge la *ingeniería concurrente*, una filosofía de trabajo que requiere la integración de todos los equipos involucrados en el proceso de desarrollo de un producto desde las etapas iniciales hasta el final. Tiene lugar un proceso de trabajo conjunto y continuo por parte de los diferentes sectores involucrados en el proyecto. Todos los cambios que puedan influir en otras disciplinas se detectan y son tenidos en cuenta de inmediato por el resto. Las consecuencias inmediatas son: reducciones significativas en tiempos y costes, el fomento del trabajo en equipo y la comunicación entre los diferentes agentes, y un aumento de la eficiencia de los procesos llevados a cabo.

En la Figura 3.1 se muestra la variación que experimentan los tiempos y costes de un proceso llevado a cabo desde el enfoque de la ingeniería concurrente y de la ingeniería secuencial.

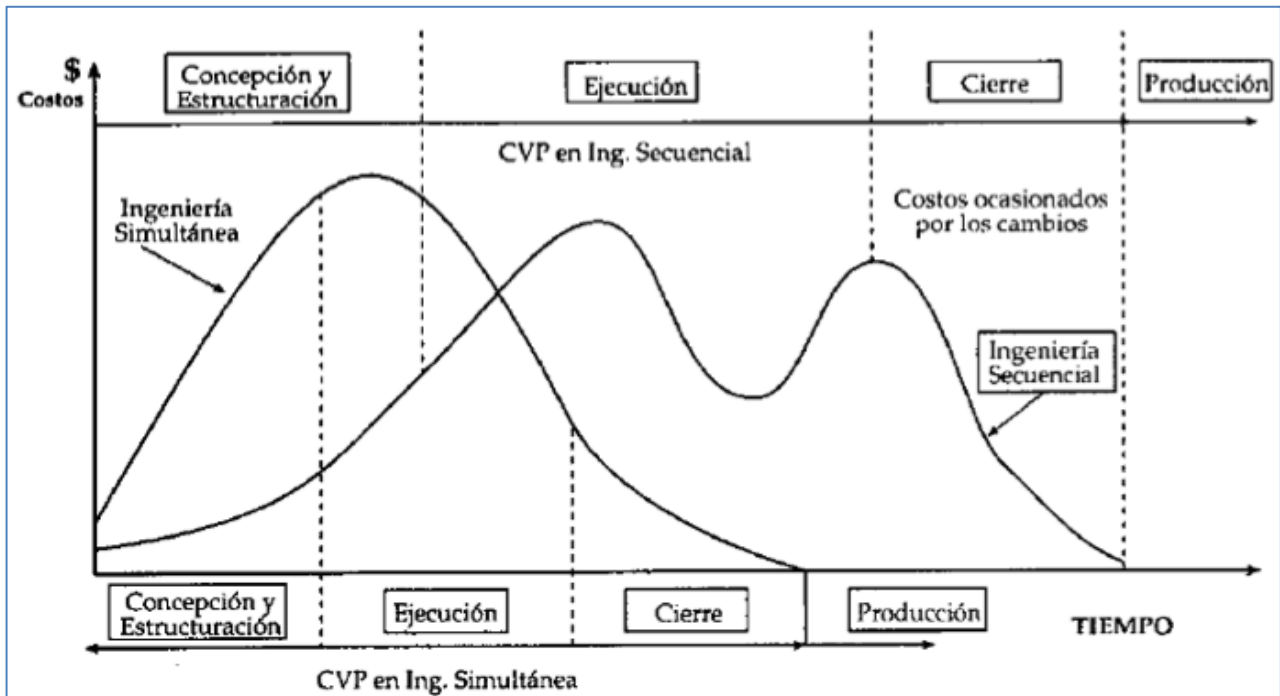


Figura 3.1: Tiempos y costes en ingeniería secuencial y concurrente [3].

Un ejemplo a tener en cuenta es el de la empresa Boeing, que mediante la implementación de la ingeniería concurrente experimentó reducciones entre el 16 y el 47% en los costes de manufactura, disminuciones considerables en procesos de realimentación entre sectores, y reducciones en los cambios relacionados con la selección de materiales de hasta el 12%.

3.1.2. Introducción al diseño de misiones espaciales

En este apartado se pretende exponer brevemente las principales etapas que comprende un proyecto de misión espacial, desde la concepción hasta su finalización. El ciclo de vida de una misión espacial puede desglosarse en cinco etapas:

- **Análisis de viabilidad y diseño preliminar:** en una primera fase se establecen las directrices generales de la misión. Se evalúan diversos diseños y configuraciones, y se valoran aquellas alternativas que cumplan los requisitos de la misión. Se realizan cálculos matemáticos sencillos y generales con los que se busca justificar la viabilidad de la misión.

- **Diseño detallado:** en la segunda etapa se definen en profundidad todos y cada uno de los componentes integrados en la misión. Esta fase requiere una mayor complejidad de cálculo, modelos más completos y precisos, y la dedicación de mayores periodos de tiempo.
- **Producción:** esta etapa es la más larga y costosa, en la que se fabrican todos los componentes que forman el satélite, se integran los diversos subsistemas a bordo, además de poner a punto las instalaciones de apoyo situadas en tierra.
- **Lanzamiento:** se llevan a cabo todas aquellas actividades que conducen a la inserción del satélite en la órbita de la misión.
- **Operaciones, mantenimiento y retirada:** son etapas de duración variable en función de la misión, comprenden las tareas que desempeña el satélite, el control desde las estaciones terrestres y, una vez concluye su vida útil, el proceso de retirada de la órbita.

Desglosada la misión espacial en sus diferentes fases, el análisis posterior se centra en las etapas de diseño iniciales, y en la combinación de las mismas con la filosofía de ingeniería concurrente.

3.1.3. La ESA y el diseño concurrente: CDF

El análisis de los procesos de ingeniería concurrente identifica como tres los factores imprescindibles que deben interaccionar, conocidos como las 3 T's [3]:

- Herramientas (*Tools*): la infraestructura en la que se lleva a cabo la acción, con todos los equipos y sistemas necesarios para su éxito.
- Capacitación (*Training*): el factor humano, los especialistas en las diferentes áreas de conocimiento necesarios para el proyecto.
- Tiempo (*Time*): los plazos fijados para cumplir los objetivos, deben ser estimaciones realistas.

Este apartado se centra en las herramientas y el emplazamiento de la acción: la instalación de diseño concurrente. *Concurrent Design Facility*, o simplemente CDF, es el término con el que la ESA denominó a una nueva infraestructura establecida en el Centro Europeo de Investigación y Tecnología Espacial (ESTEC) de Noordwijk en noviembre de 1998. Su finalidad era la de evaluar las posibilidades que ofrecía la ingeniería concurrente aplicada al diseño de misiones espaciales. Tras un primer caso de

estudio experimental exitoso, se decidió la creación de una CDF disponible para todos los programas de la ESA.

La CDF es una instalación equipada con todos los elementos (red de ordenadores interconectados, herramientas informáticas, instrumentos de reproducción multimedia, etc.) que permiten que un equipo formado por especialistas de los diferentes ámbitos involucrados trabajen en el diseño de misiones espaciales mediante la una filosofía de ingeniería concurrente. A continuación, en la Figura 3.2 se muestra la disposición actual de la CDF.



Figura 3.2: Disposición de la CDF [16].

Como se puede observar, la CDF está formada por diversas salas, cada una con una finalidad concreta. Hay tres salas de diseño: la principal, la de diseño de proyectos y la de apoyo, siendo la primera la destinada a aquellas misiones de mayor envergadura y las otras dos a los proyectos menos exigentes. Todas las salas se encuentran interconectadas mediante una red que permite disponer de todos los datos de la reunión en cualquier puesto de trabajo.

Puestos de diseño en una CDF

Las actividades dentro de una CDF se organizan en sesiones, reuniones en las que representantes de las diferentes áreas de ingeniería intervienen desde los análisis de viabilidad hasta el análisis final de costes. Cada profesional tiene un puesto de trabajo con software específico para la tarea que desempeña. En este apartado se van a enumerar y describir los principales agentes que trabajan conjuntamente en una CDF, en las etapas de diseño preliminar:

- **Líder del grupo:** es el encargado de coordinar las tareas que se llevan a cabo, organizar las sesiones de trabajo y supervisar las labores del equipo.
- **Sistemas:** un ingeniero de sistemas se encarga de comprobar si el diseño tras la integración de los diversos subsistemas cumple los requisitos de la misión.
- **Análisis de misión:** el encargado del análisis de misión estudia el entorno de funcionamiento del satélite a lo largo de su vida útil, desde la campaña de lanzamiento.
- **Propulsión:** un ingeniero de propulsión se encarga de la elección de los motores empleados en maniobras, así como del cálculo de propulsante necesario o los tanques en los que se almacena.
- **Control de actitud y órbita:** un ingeniero de control es responsable de aquellos sensores y actuadores empleados para medir y cambiar la posición y orientación del satélite.
- **Comunicaciones:** el ingeniero de comunicaciones diseña el sistema que permite comunicarse con tierra. El proceso involucra estudios de transmisión, recepción y almacenaje de datos, así como el dimensionado de antenas.
- **Potencia:** un ingeniero eléctrico se encarga del diseño del sistema de potencia, determina el consumo del satélite como conjunto y elige los elementos que proveerán la energía necesaria.

- **Estructuras:** un ingeniero de estructuras crea modelos CAD de cada uno de los componentes, así como del satélite en conjunto. También analiza el entorno y las cargas estructurales de forma que la solución las soporte satisfactoriamente.
- **Control térmico:** un ingeniero de control térmico analiza el perfil de la misión para asegurar que los diversos componentes a bordo se mantienen en el intervalo de temperaturas recomendado.
- **Análisis de costes:** un analista estima el presupuesto del proceso de diseño.
- **Análisis de riesgos:** el analista de riesgos analiza el diseño preliminar del satélite y registra los riesgos a los que se enfrentará el satélite durante su vida útil.

Un agente de vital importancia en el proceso que merece especial mención es la **base de datos** de la sala, un software que organiza las variables de entrada y salida de cada uno de los módulos anteriores y las almacena para su uso cuando sea necesario. En la Figura 3.3 se muestra un esquema global del proceso de diseño concurrente.

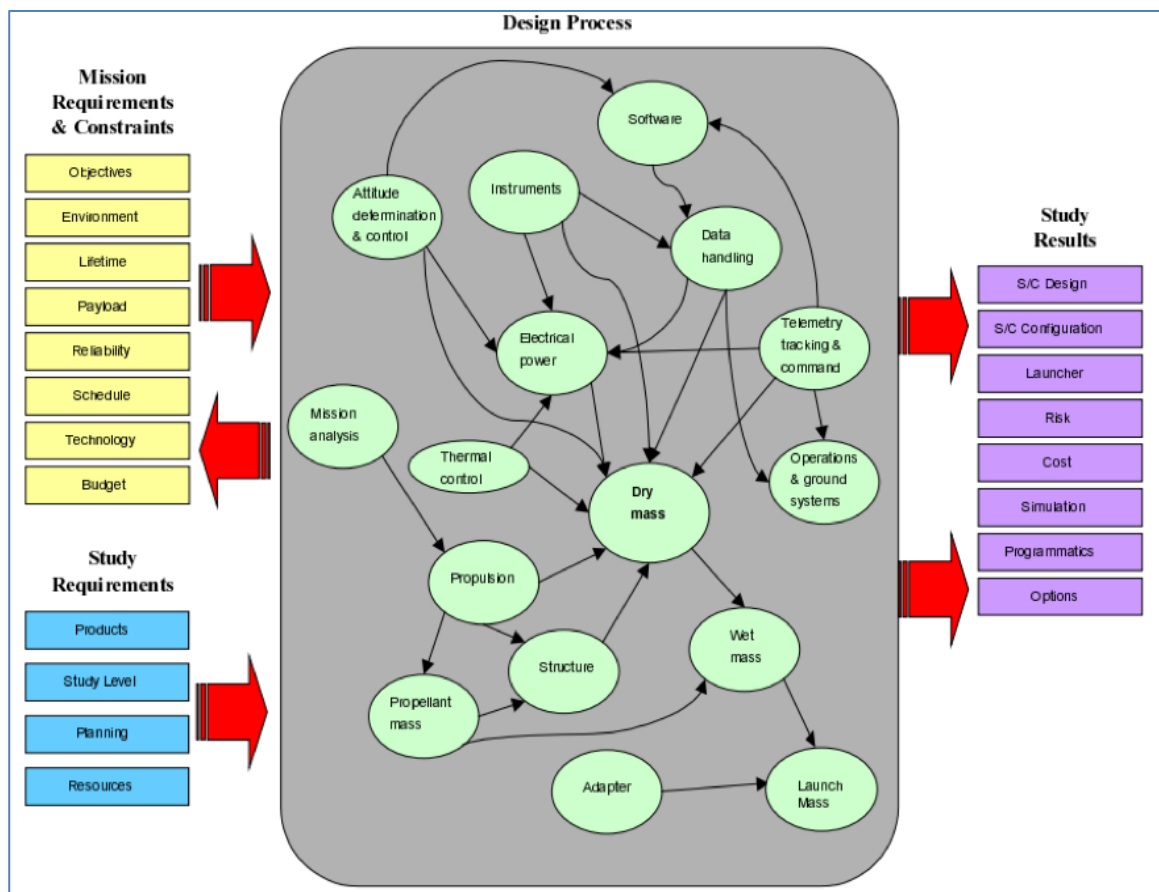


Figura 3.3: Flujo de información en el diseño concurrente [16].

En la Figura 3.3 se puede observar como bajo los requisitos impuestos por la misión, los especialistas de cada puesto de diseño interaccionan entre ellos para lograr los resultados buscados como son el diseño y configuración del satélite, el análisis de costes y riesgos o el lanzador empleado.

3.1.4. CDF del Instituto IDR/UPM

El Instituto Universitario de Microgravedad “Ignacio Da Riva” (IDR/UPM) es un centro orientado a actividades de investigación, desarrollo y formación en las áreas de las ciencias y las tecnologías aeroespaciales, emplazado en de la Universidad Politécnica de Madrid. Desde sus comienzos se ha dedicado a la investigación del comportamiento de fluidos en condiciones de microgravedad, el control térmico en vehículos espaciales y a la aerodinámica experimental.

El instituto cuenta con una instalación de diseño concurrente cedida por la ESA, única en España, en la que mediante el equipamiento disponible, un equipo de doce personas puede desarrollar un diseño preliminar. A lo largo de los capítulos posteriores se detalla el proceso de diseño de un módulo orientado al análisis de órbitas para su uso en dicha instalación. En la Figura 3.4 se muestra la sala de diseño concurrente del IDR/UPM.



Figura 3.4: CDF del Instituto "Ignacio Da Riva".

3.2. PROBLEMA DE LOS DOS CUERPOS

Durante esta segunda sección se comienza un estudio en profundidad de los movimientos orbitales. Los primeros apartados son fundamentalmente teóricos y su finalidad es la de servir de base para las diferentes aplicaciones posteriores.

Inicialmente se deduce y analiza la ecuación diferencial que rige el movimiento de dos cuerpos aislados entre los que existe una atracción gravitatoria. Cuando se trata con dos cuerpos, entre los cuales la diferencia másica es considerable, la ecuación mencionada presenta una solución en la que el cuerpo de menor masa orbita alrededor del otro siguiendo trayectorias cónicas. En lo sucesivo ese hallazgo será empleado en el estudio del movimiento que siguen los satélites alrededor de la Tierra.

En segundo lugar, tras haber determinado cómo los satélites orbitan generalmente siguiendo trayectorias circulares o elípticas, se procede a expresar los movimientos en función de parámetros concretos. Se sigue un proceso para la obtención de los llamados elementos clásicos de la órbita en función de la posición y velocidad del satélite en un instante inicial.

Para finalizar, se trata el tema de las perturbaciones que influyen en los parámetros orbitales. El problema estudiado hasta entonces no tiene en cuenta los fenómenos inducidos por factores ajenos, como la radiación solar o la gravitación lunar. Definido el problema de los dos cuerpos, se añaden las aceleraciones de perturbación necesarias y se presentan las ecuaciones matemáticas que modelizan sus efectos más importantes.

3.2.1. Órbitas keplerianas

Desde la antigüedad, el movimiento de los astros ha sido un problema de interés, y muchos son los que han tratado su formulación matemática. Johannes Kepler, a principios del siglo XVII, gracias a un conjunto de datos procedentes de la observación astronómica, logró explicar el movimiento de los planetas en torno al Sol mediante sus tres leyes generales:

1. Los planetas describen órbitas elípticas cuyo foco es el Sol.
2. El radio vector entre el planeta y el Sol cubre áreas iguales en tiempos iguales.
3. El cuadrado del periodo de la órbita es directamente proporcional al cubo de la distancia media entre el planeta y el Sol.

En los párrafos sucesivos se va a justificar se forma simplificada que las trayectorias orbitales son curvas cónicas. En primer lugar, se parte de la ley de la gravitación universal de Isaac Newton que establece que la fuerza de atracción entre dos masas es proporcional al producto de las mismas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.

$$F = -\frac{GMm}{r^2} \quad (3.1)$$

donde F [N] es la fuerza de atracción entre las dos masas puntuales, m y M [kg], r [m] es la distancia que las separa y $G = 6.67384 \times 10^{-11}$ Nm²/kg² la constante de la gravitación universal.

Junto con la segunda ley del movimiento, que relaciona la fuerza ejercida sobre una masa con la aceleración que experimenta, se llega a la ecuación diferencial del movimiento de dos cuerpos:

$$\ddot{r} + \frac{\mu}{r^2} = 0 \quad (3.2a)$$

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} = 0 \quad (3.2b)$$

donde $\mu = GM$ [km³/s²] representa la constante gravitatoria del cuerpo más masivo en torno al cual orbita la masa m [kg], siguiendo una ley horaria $r(t)$ [km], solución de la ecuación (3.2a). La ecuación (3.2b) es la versión vectorial de la ecuación (3.2a).

El proceso de resolución de la ecuación (3.2a) puede encontrarse en multitud de referencias dedicadas al estudio de la mecánica orbital, como por ejemplo en [1]. La trayectoria seguida por un cuerpo de masa m en torno otro de masa considerablemente mayor M ($m \ll M$), como son los planetas en torno al Sol, o los satélites en torno a la Tierra es la siguiente:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu} \quad (3.3)$$

donde a y e son las constantes de integración del movimiento. La ecuación (3.3) corresponde con la expresión de una curva cónica, en la que r mide la distancia entre el foco y la masa orbitando, ν se denomina *anomalía verdadera* y mide el avance del

cuerpo a lo largo de la trayectoria. En la Figura 3.5 se muestra un ejemplo de trayectoria definida por la ecuación (3.3)

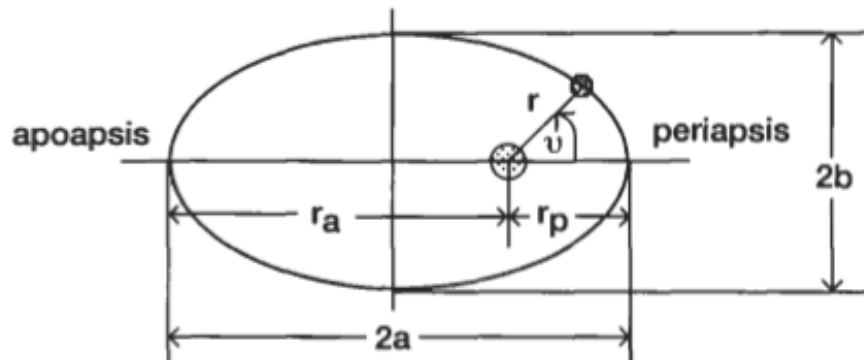


Figura 3.5: Órbita kepleriana [4].

Dada una curva cónica, los puntos de mayor y menor distancia al foco se denominan *apoapsis* y *periapsis* (en caso de órbitas terrestres, como será el caso, sus nombres se sustituyen por apogeo y perigeo). La anomalía verdadera ya definida se considera nula en el paso por el periapsis, y aumenta en la dirección del movimiento. Los parámetros a y e reciben respectivamente los nombres de *semieje mayor* y *excentricidad*. El semieje mayor es una medida del tamaño de la órbita. La excentricidad es una medida de la desviación de la curva con respecto a una circunferencia, e indica el tipo de curva cónica con la que se está tratando. Existen 4 casos en función del valor que tome e : órbitas circulares ($e = 0$), órbitas elípticas ($0 < e < 1$), órbitas parabólicas ($e = 1$) y órbitas hiperbólicas ($e > 1$).

Hasta este momento se han determinado los movimientos orbitales de una forma genérica, sin embargo, desde este punto, el estudio realizado se va a reducir al movimiento de satélites alrededor de la Tierra, cuya constante gravitatoria es $\mu = 3.986 \times 10^5 \text{ km}^3/\text{s}^2$. Además se descarta la posibilidad de órbitas parabólicas o hiperbólicas, empleadas principalmente en maniobras de escape del campo de atracción terrestre.

Constantes del movimiento

En el problema de los dos cuerpos existen tres integrales primeras o constantes de movimiento, magnitudes que se conservan independientemente del lugar de la trayectoria.

La primera de ellas es el *momento cinético específico*:

$$\mathbf{h} = \mathbf{v} \times \mathbf{r} \quad (3.4a)$$

$$h = vr \sin \psi \quad (3.4b)$$

donde \mathbf{h} es el vector momento cinético, h es su módulo, \mathbf{r} y \mathbf{v} son los vectores de velocidad y posición en un instante genérico, y ψ el ángulo entre ellos. Su dirección es perpendicular en todo momento al plano de la órbita.

La ecuación (3.4b) establece que entre la posición y la velocidad existe una relación de proporcionalidad inversa. En las zonas mas alejadas del foco la velocidad es menor, mientras que si nos acercamos la velocidad va aumentando. En el caso de órbitas terrestres, la menor velocidad se da en el apogeo y la mayor en el perigeo. Este resultado es consistente con la segunda ley de Kepler, y se ilustra en la Figura 3.6.

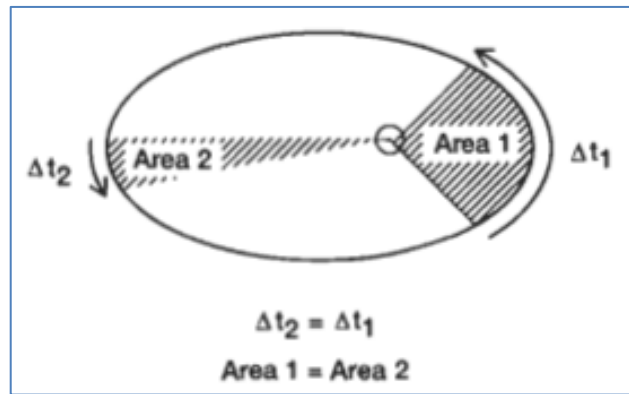


Figura 3.6: Representación 2ª ley de Kepler [4].

Como se observa en la figura 3.6 para mantener el área barrida constante a lo largo del tiempo, se recorre a mayor velocidad aquellas zonas más cercanas al foco y se emplea más tiempo en las lejanas.

La segunda constante del movimiento es la *energía específica*, resultante de la suma de las energías potencial y cinética por unidad de masa del satélite:

$$E = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a} \quad (3.5)$$

donde r y v son los módulos de la posición y la velocidad en un instante genérico, y a el semieje de la órbita estudiada.

La expresión (3.5) permite que conocida una órbita se pueda calcular la velocidad en un punto concreto, o hallar la posición en la que el satélite tenga una velocidad determinada. Además es consistente con la segunda ley de Kepler, al igual que la conservación del momento cinético, en las zonas de mayor energía cinética la distancia al foco es menor, y viceversa.

El hecho de que la energía pueda relacionarse con el semieje mayor, permite realizar una nueva clasificación de las órbitas en función de su nivel de energía: una trayectoria cerrada, que puede ser circular o elíptica, si la energía es negativa ($a > 0$), parabólica si es nula (a tiende a un valor infinito), o hiperbólica si es positiva ($a < 0$). Por tanto, mientras la energía cinética del satélite sea menor que la potencial, continuará orbitando en torno a la Tierra; sin embargo, si se comunica un exceso de velocidad dotándolo de una energía específica positiva, el cuerpo escaparía de la influencia terrestre siguiendo una trayectoria hiperbólica.

La tercera constante del movimiento es el *vector excentricidad* \mathbf{e} definido como:

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{h}}{\mu} - \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (3.6)$$

donde el vector \mathbf{e} se caracteriza por apuntar siempre en dirección al periapsis orbital y tener un módulo e que define la clase de cónica que sigue la trayectoria.

Magnitudes del movimiento y relaciones

En este apartado se pretende exponer de forma breve ciertos términos y expresiones matemáticas que se emplearán a lo largo del estudio posterior.

Periodo: es un tiempo característico de la órbita que mide lo que tarda un satélite en recorrerla una vez. Su valor aumenta al incrementar las dimensiones de la órbita.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \quad (3.7)$$

donde T [s] es el periodo, y concuerda con la tercera ley de Kepler.

Radios de perigeo y apogeo: son la mínima y la máxima distancia del satélite a la Tierra a lo largo de la trayectoria. Se calculan particularizando la expresión (3.3) para una anomalía verdadera de 0 y 180 grados respectivamente.

$$r_p = a(1 - e) \quad (3.8a)$$

$$r_a = a(1 + e) \quad (3.8b)$$

Sumando ambas expresiones se llega a otra expresión de interés que calcula el semieje mayor como la semisuma de los radios de apogeo y perigeo.

$$a = \frac{r_p + r_a}{2} \quad (3.8c)$$

Semiparámetro p: mide la distancia al foco de una cónica para una anomalía verdadera de 90 grados.

$$p = a(1 - e^2) = \frac{h^2}{\mu} \quad (3.9)$$

donde h es el módulo del momento cinético.

Movimiento medio: es la velocidad angular media que lleva el satélite en cada revolución en torno a la Tierra. Se deduce a partir del periodo según:

$$n = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (3.10)$$

donde n [rad/s] representa el movimiento medio.

Flight Path Angle: es una medida del ángulo que forma, para una posición r genérica, el vector velocidad del movimiento con la horizontal local. La horizontal local representa la dirección perpendicular al vector posición en cada instante. Se anula en órbitas circulares.

$$\gamma = \text{atan} \left[\left(1 - \frac{r}{p} \right) \tan \nu \right] \quad (3.11)$$

3.2.2. Parámetros orbitales

El movimiento de un satélite en su órbita queda definido completamente mediante 6 parámetros o constantes de integración, procedentes de la resolución de la ecuación vectorial diferencial de segundo orden (3.2b). Este hecho da 6 parámetros que pueden ser variados para definir una órbita concreta, por ejemplo los vectores de velocidad $\mathbf{v}=(v_x, v_y, v_z)$ y posición $\mathbf{r}=(x, y, z)$ en un instante inicial. Sin embargo, aunque se puede

estudiar la propagación del movimiento partiendo de las características cinemáticas, es más frecuente determinar los llamados elementos clásicos de la órbita, que definen la geometría de una forma más sencilla e intuitiva. Los 6 parámetros más utilizados son:

- Aquellos relativos a la forma y distancia del satélite al centro de la Tierra. Al ser las trayectorias curvas cónicas, quedan definidas por dos magnitudes, el *semieje mayor* a y la *excentricidad* e , si bien esta última (aunque no es frecuente) se puede sustituir por el *semieje menor* b .
- Los relativos a la orientación respecto a la Tierra y el espacio. El primero es el ángulo de *ascensión recta del nodo ascendente* (o RAAN) Ω , que es el formado sobre el plano ecuatorial por una dirección fija del firmamento y el vector de posición del satélite al cruzar dicho plano en dirección ascendente (nodo ascendente). El segundo es el ángulo de *inclinación* i , que es el formado por el plano orbital y un plano de referencia, normalmente el ecuatorial terrestre.
- El ángulo de *argumento del perigeo* ω , mide la posición del perigeo respecto del nodo ascendente. Se mide en la dirección de movimiento del satélite solamente en órbitas elípticas, ya que en circulares carece de sentido al no haber perigeo.
- Un tiempo, el *tiempo τ de paso por el perigeo*. Los 5 parámetros anteriores definen la geometría y la orientación de una familia de órbitas, mediante este tiempo se concreta el movimiento que sigue el satélite. Puede sustituirse por el valor de la anomalía verdadera en el instante inicial.

Si bien estos parámetros son los más característicos y frecuentes a la hora de describir un movimiento orbital, dependiendo del caso, algunos como el semieje mayor se pueden sustituir por el periodo, el semiparámetro o alturas características (apogeo o perigeo). En órbitas circulares es muy frecuente el empleo de una nueva variable, el *argumento de latitud* u , suma de la anomalía verdadera y el argumento del perigeo. En la Figura 3.7 se muestran los elementos que definen la órbita.

La ascensión recta del nodo ascendente se mide desde una dirección fija hacia el este y puede estar comprendida entre 0 y 360 grados. El punto del plano ecuatorial en el que el satélite lo cruza hacia el norte es el *nodo ascendente*, mientras que si lo hace hacia el sur se denomina *nodo descendente*. La recta que los une es la línea de nodos.

La inclinación del plano orbital está comprendida entre 0 y 180 grados, en función del intervalo en que se encuentre define una clase de órbita:

- De 0 hasta 90 se denominan *órbitas directas*, los satélites se desplazan hacia el este, es el tipo más común.
- De 90 a 180 son las llamadas *órbitas retrógradas*, el satélite se desplaza al oeste. En este grupo se encuentran las llamadas órbitas heliosíncronas, que se estudiarán más adelante.
- Si la inclinación es exactamente de 90 grados la órbita se llama *polar*. En función de su periodo, en cada vuelta pasan sobre los polos y por diferentes regiones de la superficie terrestre. Algunos sistemas que emplean estas órbitas son el NNSS, un sistema de posicionamiento de la marina, o la misión Cluster de estudio del campo magnético terrestre.

Definidos los elementos clásicos, en los siguientes apartados se muestra el camino a seguir para poder obtenerlos partiendo de la posición y la velocidad en el instante inicial.

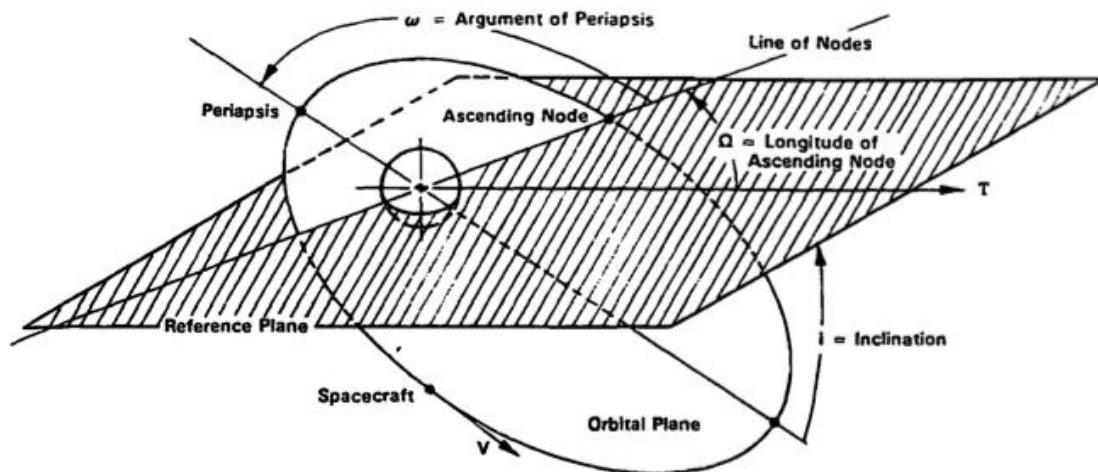


Figura 3.7: Elementos clásicos de la órbita [2].

Ley horaria del movimiento elíptico: Ecuación de Kepler

Aunque la ecuación (3.3) relaciona la posición del satélite con la evolución de un ángulo, la anomalía verdadera, resultaría de mayor utilidad una expresión que pudiera relacionar la posición con el tiempo, una variable mas sencilla de medir. Para ello se emplea la *ecuación de Kepler*:

$$E - e \sin E = n(t - \tau) \quad (3.12)$$

donde E es una nueva variable, la *anomalía excéntrica*, cuyo significado geométrico se ilustra en la Figura 3.8.

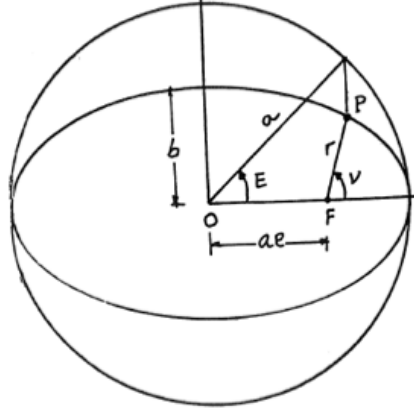


Figura 3.8: Representación anomalía excéntrica [10].

Conocida la relación $E = E(t)$ solo resta relacionar E con la anomalía verdadera ν mediante la siguiente ecuación:

$$\tan \frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \quad (3.13)$$

Finalmente, combinando las relaciones (3.12) y (3.13) se alcanza una expresión del tipo $f(\nu, E, t) = 0$ para la que no existe una forma explícita, y en algunos casos deben emplearse algoritmos iterativos de tipo Newton-Raphson. Se ha decidido incluir un apartado dedicado a describir la ley horaria por la necesidad de emplear las expresiones (3.12) y (3.13) a lo largo de las siguientes explicaciones.

Elementos clásicos a partir de r y ν

Para concluir el estudio de los parámetros orbitales se va a concluir con un caso de utilidad, determinando los elementos clásicos de la órbita a partir de las condiciones iniciales de velocidad y posición. Los datos de partida son los vectores \mathbf{v}_0 y \mathbf{r}_0 .

Cálculo del semieje mayor: al conocer los valores de la posición y la velocidad en un punto, la energía queda determinada, y por lo tanto el semieje mayor a según la ecuación (3.5).

$$E = \frac{v_0^2}{2} - \frac{\mu}{r_0} = -\frac{\mu}{2a} \rightarrow a \quad (3.14a)$$

donde r_0 y v_0 son los módulos de los vectores de posición y velocidad.

Cálculo de la excentricidad: una vez conocido el valor de a , mediante la expresión (3.8) se relacionan a , e y h . A partir de los datos iniciales se calcula el momento cinético \mathbf{h}_0 (3.4a) y su correspondiente módulo.

$$\mathbf{h}_0 = \mathbf{r}_0 \times \mathbf{v}_0 \rightarrow h_0 \quad (3.14b)$$

$$p = a(1 - e^2) = \frac{h_0^2}{\mu} \rightarrow e \quad (3.14c)$$

donde la única incógnita es e .

Cálculo de la inclinación: una vez determinado el vector momento cinético la inclinación se obtiene relacionando las proyecciones de $\mathbf{h} = (h_x, h_y, h_z)$, en concreto la proyección sobre el eje z y el propio vector. Se recomienda emplear la Figura 3.9 para visualizar el proceso.

$$i = \arccos \frac{h_z}{h} \quad (3.14d)$$

Cálculo de la ascensión del nodo (RAAN): el proceso a seguir es similar al descrito para el cálculo de la inclinación, y se basa en la proyección del vector momento cinético sobre el plano xy y su relación con las componentes x o y .

$$\Omega = \arcsin \frac{h_x}{\sqrt{h_x^2 + h_y^2}} \quad (3.14e)$$

Cálculo del argumento del perigeo: es el elemento mas complejo de obtener puesto que involucra las componentes del vector excentricidad $\mathbf{e} = (e_x, e_y, e_z)$ calculadas según (3.6), la inclinación y el ángulo de RAAN. Al igual que en los casos anteriores se recomienda recurrir a la Figura 3.9.

$$\mathbf{e}_0 = \frac{\mathbf{v}_0 \times \mathbf{h}_0}{\mu} - \frac{\mathbf{r}_0}{r_0} \rightarrow (e_x, e_y, e_z) \quad (3.14f)$$

$$\omega = \arctan[e_z \csc i / (e_x \cos \Omega + e_y \sin \Omega)] \quad (3.14g)$$

Cálculo del tiempo de paso por el perigeo: el tiempo de paso por el perigeo se halla a partir de la ecuación (3.12) en el instante inicial $t = 0$. Para lo cual, previamente es preciso determinar v_0 y E_0 mediante (3.3) y (3.13).

$$r_0 = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v_0} \rightarrow v_0 \quad (3.14h)$$

$$\tan \frac{v_0}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E_0}{2} \rightarrow E_0 \quad (3.14i)$$

$$E_0 - e \sin E_0 = -n\tau \rightarrow \tau \quad (3.14j)$$

Una vez se obtiene τ el proceso se da por concluido. Cabe destacar que el proceso es reversible, conocidos los 6 elementos clásicos, se pueden determinar la posición y la velocidad del satélite en un instante genérico.

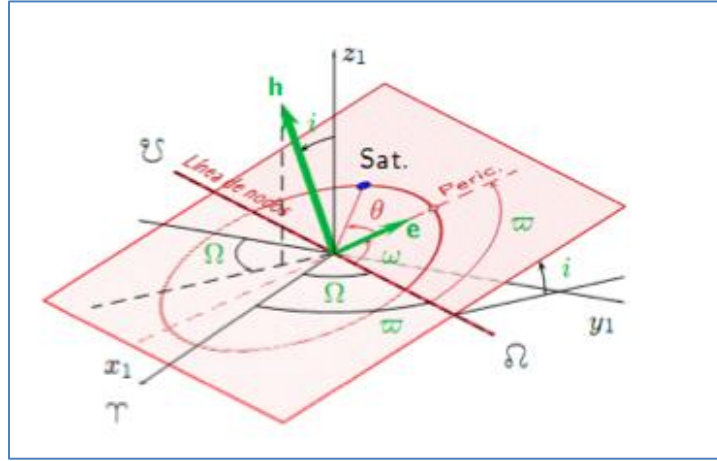


Figura 3.9: Figura de apoyo para proyectar vectores [8].

3.2.3. Perturbaciones orbitales

El problema de los dos cuerpos estudiado hasta el momento se basa en ecuaciones de interacción de dos cuerpos puntuales o perfectamente esféricos y homogéneos, además de despreciar las influencias de terceros. La realidad no es tan ideal, de forma que en este apartado se busca dar a conocer las perturbaciones que afectan al movimiento y realizar estimaciones de suficiente precisión de las variaciones que experimentan los parámetros respecto a los valores nominales.

Si se desea predecir de forma más realista el movimiento del satélite en su trayectoria alrededor de la Tierra es necesario incluir en el problema los siguientes elementos:

- La presencia de terceros cuerpos, como son la Luna y el Sol, y sus potenciales gravitatorios. En estudios más avanzados se incluirán influencias de cuerpos de gran masa como Júpiter, pero en un estudio preliminar su presencia es despreciable.
- La Tierra, no es esférica ni de densidad homogénea como se supuso en un principio, y es preciso tener en cuenta como se distribuye la masa terrestre y el conocido achatamiento por los polos, causante de importantes variaciones en algunos parámetros.
- La presión de radiación solar y la fricción de la atmósfera terrestre ejercen una gran influencia en la geometría de la órbita, siendo necesarias correcciones para mantener la trayectoria deseada.

Para tener en cuenta todos los factores enumerados, se añaden al problema de los dos cuerpos las correspondientes aceleraciones de perturbación, resultando la ecuación general:

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} = \mathbf{a}_S + \mathbf{a}_M + \mathbf{a}_E + \mathbf{a}_R + \mathbf{a}_F \quad (3.15)$$

donde los términos de la derecha son en este orden, la aceleración debida al potencial gravitatorio del Sol, de la Luna, de la Tierra no esférica ni homogénea, a la radiación solar y a la fricción atmosférica.

La resolución del problema planteado, aunque proporcionaría la evolución de la posición, la velocidad y los parámetros orbitales del satélite a lo largo del tiempo teniendo en cuenta las principales perturbaciones, constituye un ejercicio de elevada complejidad. Una vía más sencilla consiste en considerar cada fuente de perturbación por separado y analizar como afecta a lo largo del tiempo a cada uno de los elementos orbitales. Los efectos de las perturbaciones se clasifican en 3 tipos de variaciones, que se muestran en la Figura 3.10, y son descritas a continuación:

- **Variaciones seculares:** de magnitud constante a lo largo del tiempo, la variación será directamente proporcional al tiempo transcurrido.

- **Variaciones de largo periodo:** variaciones oscilatorias de periodo mayor al de la órbita.
- **Variaciones de corto periodo:** variaciones oscilatorias de periodo menor o igual al de la órbita.

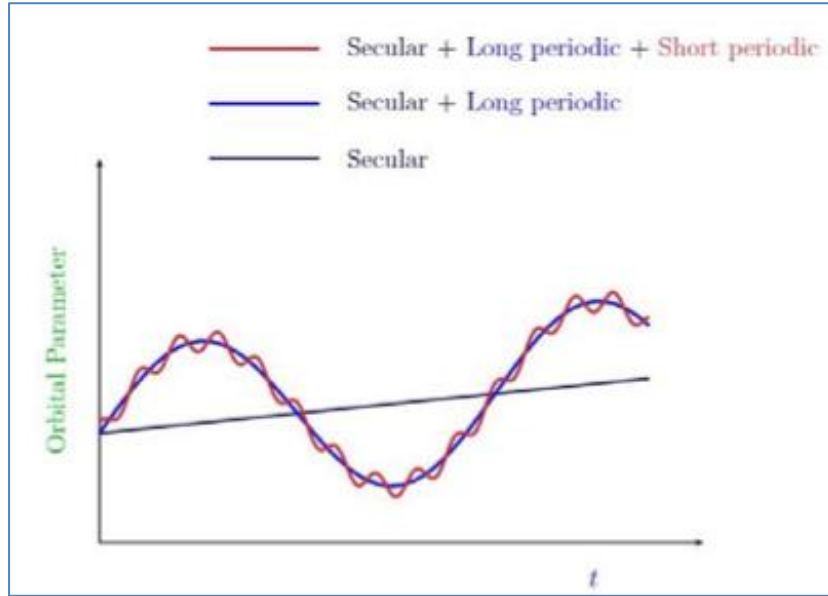


Figura 3.10: Tipos de variaciones de los parámetros [8].

Si se desea conocer la evolución del satélite a lo largo del tiempo será necesario superponer a la trayectoria nominal el conjunto de variaciones que tengan lugar durante el intervalo transcurrido. La casuística es enorme, la necesidad o no de corregir las desviaciones depende del caso de estudio, algunas órbitas requieren correcciones periódicas, y otras no, o la naturaleza de las variaciones simplemente impide corregirlas.

En los sucesivos apartados se estudiarán por separado las diferentes fuentes de perturbación, así como las variaciones más importantes que causan en los parámetros y sus correspondientes relaciones matemáticas.

Efectos de terceros cuerpos: el Sol y la Luna

La presencia de los potenciales gravitatorios del Sol y la Luna son causantes de variaciones seculares de la regresión del nodo ascendente y el argumento del perigeo. Las siguientes expresiones permiten obtener dicha variación:

$$\dot{\Omega}_{Moon} = -0.00338 \frac{\cos i}{N} \quad (3.16a)$$

$$\dot{\Omega}_{Sun} = -0.00154 \frac{\cos i}{N} \quad (3.16b)$$

$$\dot{\omega}_{Moon} = 0.00169 \frac{4 - 5 \sin^2 i}{N} \quad (3.17a)$$

$$\dot{\omega}_{Sun} = 0.00077 \frac{4 - 5 \sin^2 i}{N} \quad (3.17b)$$

donde N es el número de revoluciones del satélite por día, i es la inclinación, y las variaciones de ω y Ω están expresadas en grados/día.

Observando con atención las expresiones anteriores se puede concluir que la presencia del Sol y la Luna afecta en mayor medida a las orbitas con un periodo (o semieje a) mayor. Otro efecto de gran importancia debido a la gravitación de terceros cuerpos es el cambio de inclinación al que se ven sometidas algunas órbitas, como por ejemplo las geoestacionarias, que debiendo mantener su inclinación nula, experimentan variaciones entre 0.75 y 0.94 grados anuales. En el apartado dedicado a este tipo de órbitas se explicará con más detalle este fenómeno.

Efectos del potencial terrestre

Como ya se comentó previamente, el problema de los dos cuerpos simplificado toma la Tierra como un cuerpo perfectamente esférico y de densidad uniforme, resultando el potencial gravitatorio de la siguiente expresión:

$$U(r) = \frac{\mu}{r} \text{ para } r > R_E \quad (3.18a)$$

donde r es la distancia al cuerpo que ejerce la acción gravitatoria.

Pero la realidad no podría ser más diferente, la Tierra aunque es casi esférica presenta un achatamiento por los polos, además de múltiples estratos de diferentes densidades y composiciones. Este hecho lleva a modificar la expresión del potencial gravitatorio terrestre mediante un desarrollo en armónicos esféricos en el que no se va a profundizar por la complejidad que entraña. La expresión del potencial terrestre modificado es:

$$U(r) = \frac{\mu}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R_E}{r} \right)^n J_n P_n(\sin \phi) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n J_{n,m} P_{n,m}(\sin \phi) (\cos m\lambda) \right] \quad (3.18b)$$

donde los coeficientes $P_{n,m}$ representan polinomios de Legendre de diferentes grados y órdenes n y m , ϕ y λ la latitud y longitud terrestre, y J_n los llamados coeficientes zonales, siendo el más significativo $J_2 = 0.00108263$, representante del achatamiento terrestre.

Finalmente, despreciando aquellos términos que no corresponden a $n = 2$ por ser varios ordenes de magnitud menores, la expresión (3.18b) se simplifica resultando:

$$U(r) = \frac{\mu}{r} \left[1 + \frac{J_2}{2} \left(\frac{R_E}{R} \right)^2 (3 \sin^2 \phi - 1) \right] \quad (3.18c)$$

Tras la aplicación de la teoría de perturbaciones se llega a que el potencial provoca principalmente variaciones seculares en el argumento del perigeo y la regresión del nodo, que se calculan según:

$$\dot{\Omega}_{J_2} = -1.5nJ_2 \left(\frac{R_E}{a} \right)^2 \cos i (1 - e^2)^{-2} \quad (3.19a)$$

$$\dot{\omega}_{J_2} = 0.75nJ_2 \left(\frac{R_E}{a} \right)^2 (4 - 5 \sin^2 i) (1 - e^2)^{-2} \quad (3.19b)$$

donde R_E [km] es el radio terrestre, a [km] es el semieje mayor, e la excentricidad, i [rad] la inclinación y n [°/ día] el movimiento medio del satélite.

A diferencia de lo que ocurría previamente con las perturbaciones de tercer cuerpo, en este caso la influencia es mayor conforme nos acercamos a la superficie terrestre. Existen diferentes características orbitales que anulan las variaciones, por ejemplo la inclinación de 90 grados de las órbitas polares evita los cambios de Ω , mientras que los 63.43 grados de las Molniya anulan los de ω .

Efectos de la radiación solar

La radiación procedente del Sol ejerce una fuerza de forma continua sobre los satélites, proporcional al área superficial sobre la que incide. Este fenómeno aumenta la velocidad en las zonas que se alejan del Sol y la disminuye en las que se acercan, lo que implica variaciones geométricas en el movimiento, como por ejemplo la aparición de excentricidades no deseadas en órbitas circulares. En la Figura 3.11 se muestra este efecto.

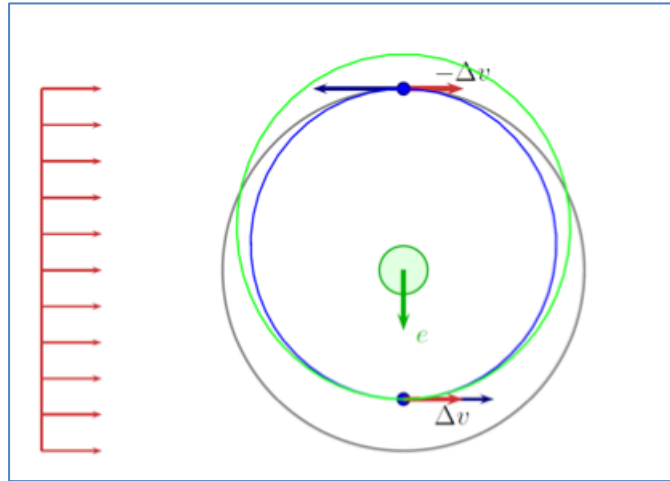


Figura 3.11: Efectos de la presión de radiación solar [10].

De forma aproximada se pueden modelizar las aceleraciones producidas por este fenómeno mediante la siguiente expresión:

$$a_R = \frac{S_R}{c} \frac{A}{m} \cos i_s \quad \text{con} \quad \frac{S_R}{c} = 4.57 \times 10^{-6} \quad (3.20)$$

donde A es el área de que recibe la radiación, i_s el ángulo de incidencia de la radiación, m la masa del satélite, c la velocidad de la luz y S_R la constante de radiación solar.

La constante de radiación solar es el valor medio de radiación solar electromagnética por unidad de área incidente en un plano perpendicular a los rayos, a una distancia de una Unidad Astronómica ($1 \text{ UA} = 149.597.870,7 \text{ km}$). Aunque se toma un valor medio anual aproximado de 1370 W/m^2 , realmente varía en función de la distancia de la Tierra al Sol en las diferentes épocas del año.

Los efectos de la radiación son más notables en aquellos satélites de mayor relación superficie-masa, o en aquellas misiones de largo tiempo de vida al ir disminuyendo la masa conforme se consume propulsante. Sin embargo, las variaciones de estas aceleraciones son varios órdenes de magnitud menores que las de los potenciales gravitatorios.

Efectos de la fricción atmosférica

La fricción de la atmósfera terrestre genera una aceleración que es la causante de importantes variaciones en el semieje mayor de la órbita para altitudes menores a 600

km. Para hacerse una idea de la importancia que puede tener este factor en las orbitas bajas, en la Tabla 3.1 se recoge la vida media de la órbita en función de la altura:

Tabla 3.1: Variación de la vida media del satélite en función de la altura h [km] de la órbita debido a la fricción ejercida por la atmósfera [10].

h [km]	100	200	500	600	800
Vida media	2 horas	1 semana	2 años	20 años	200 años

De forma general, la aceleración de frenado ejercida por la presencia de la atmósfera se reduce a la siguiente ecuación:

$$a_F = \frac{D}{m} = \rho v^2 \frac{AC_D}{2m} = \frac{\rho}{2B} v^2 \quad (3.21)$$

donde ρ es la densidad atmosférica, C_D el coeficiente adimensional de fricción de la atmósfera (normalmente en torno a 2.2), A la superficie del satélite perpendicular a la dirección de movimiento, m la masa del satélite y v la velocidad del satélite. En la última igualdad se ha definido el parámetro B o *coeficiente balístico*, típicamente entre 20 y 100 kg/m².

La fricción atmosférica, como ya se ha comentado, es muy importante en las órbitas bajas o de perigeo bajo, pero también en primeras etapas de los vehículos lanzadores. Sin embargo, para satélites comerciales, típicamente en alturas mayores a 1500 km esta acción es despreciable frente a las demás.

Los modelos matemáticos que modelizan la influencia de la atmósfera en las órbitas son aproximados debido al continuo cambio que experimenta la misma. Los parámetros que se ven afectados por este fenómeno son el semieje mayor y la excentricidad. Las variaciones que experimenta la órbita a lo largo de cada revolución son estimadas mediante las expresiones recogidas a continuación:

$$\Delta a = -\frac{2\pi}{B} \rho_p a^2 \exp\left(-\frac{ae}{H}\right) \left(I_1\left(\frac{ae}{H}\right) + 0.5 I_2\left(\frac{ae}{H}\right) \right) T^{-1} \quad (3.22a)$$

$$\Delta e = -\frac{2\pi}{B} \rho_p a \exp\left(-\frac{ae}{H}\right) \left(I_1\left(\frac{ae}{H}\right) + 0.5e \left(I_0\left(\frac{ae}{H}\right) + I_2\left(\frac{ae}{H}\right) \right) \right) T^{-1} \quad (3.22b)$$

donde I_n representan las funciones de Bessel modificadas de orden n , a [km] el semieje mayor, e la excentricidad, T [s] el periodo, ρ_p [kg/m³] densidad en el perigeo y H [km] un factor de escala de la altura.

Los dos últimos elementos enumerados dependen en gran medida del instante que se tenga en cuenta, y por tanto son complejos de determinar. La densidad varía con la altura de forma exponencial, la actividad solar, la composición y diversos factores más. Las épocas de mayor actividad solar provocan aumentos importantes de la densidad y cambios en las especies atómicas presentes.

A su vez el factor H es dependiente entre otros factores de la densidad y su estimación no es sencilla. Representa una medida de la altura a la que la densidad atmosférica con respecto a la superficie ha decrecido en un factor $(1/e)$. Existen múltiples referencias bibliográficas que recogen tablas con valores representativos en función de la altura, como la Tabla 3.2 que se muestra a continuación.

Tabla 3.2: Variación del factor de escala H [km] y la densidad [kg/m³] en función de la altura [km] de estudio. Fuente: David A. Vallado – *Fundamentals of astrodynamics and applications*.

Altitude h_{ellip} (km)	Base Altitude h_o (km)	Nominal Density ρ_o (kg/m ³)	Scale Height H (km)	Altitude h_{ellip} (km)	Base Altitude h_o (km)	Nominal Density ρ_o (kg/m ³)	Scale Height H (km)
0–25	0	1.225	7.249	150–180	150	2.070×10^{-9}	22.523
25–30	25	3.899×10^{-2}	6.349	180–200	180	5.464×10^{-10}	29.740
30–40	30	1.774×10^{-2}	6.682	200–250	200	2.789×10^{-10}	37.105
40–50	40	3.972×10^{-3}	7.554	250–300	250	7.248×10^{-11}	45.546
50–60	50	1.057×10^{-3}	8.382	300–350	300	2.418×10^{-11}	53.628
60–70	60	3.206×10^{-4}	7.714	350–400	350	9.518×10^{-12}	53.298
70–80	70	8.770×10^{-5}	6.549	400–450	400	3.725×10^{-12}	58.515
80–90	80	1.905×10^{-5}	5.799	450–500	450	1.585×10^{-12}	60.828
90–100	90	3.396×10^{-6}	5.382	500–600	500	6.967×10^{-13}	63.822
100–110	100	5.297×10^{-7}	5.877	600–700	600	1.454×10^{-13}	71.835
110–120	110	9.661×10^{-8}	7.263	700–800	700	3.614×10^{-14}	88.667
120–130	120	2.438×10^{-8}	9.473	800–900	800	1.170×10^{-14}	124.64
130–140	130	8.484×10^{-9}	12.636	900–1000	900	5.245×10^{-15}	181.05
140–150	140	3.845×10^{-9}	16.149	1000–	1000	3.019×10^{-15}	268.00

A partir de fuentes de datos como esa, es posible realizar interpolaciones para averiguar cualquier valor intermedio. Como se observa, en general, tras los 1000 - 1500 km ya no aparecen datos, la densidad es despreciable.

Resumen de los efectos causados por las perturbaciones

Para finalizar el apartado de perturbaciones y a modo de resumen tras haber estudiado las diferentes fuentes, conviene recoger como se ven afectados los principales parámetros:

- La excentricidad e y el semieje mayor a se ven afectados en gran medida por la fricción que ejerce la atmósfera para alturas menores a 600 km, pudiendo despreciarse a 1500 km o más. También causa variaciones, aunque de menor importancia, la presión de radiación solar.
- La inclinación i se ve principalmente afectada por la presencia de los terceros cuerpos (Sol/Luna).
- El argumento del perigeo ω y la regresión del nodo Ω varían tanto por el potencial terrestre (debido al achatamiento y la no uniformidad) como por los potenciales de la Luna y el Sol.

3.3. ANÁLISIS PRÁCTICO DE ÓRBITAS

Con esta tercera sección se concluye el estudio de las trayectorias orbitales que comenzó en la sección previa destinado al problema de los dos cuerpos. Mientras que hasta ahora se han tratado aspectos meramente teóricos, a lo largo de esta sección se exponen las herramientas físico-matemáticas que fueron necesarias para el desarrollo de gran parte del módulo de misión. En primer lugar se comienza analizando los tipos de órbitas más relevantes para las misiones actuales, como la geoestacionaria o la Molniya. Se exponen sus características, parámetros a determinar y las ventajas que presentan. En segundo lugar, se pasa a la representación de las trazas orbitales sobre la Tierra. Se sigue el proceso necesario para deducir las ecuaciones paramétricas que permiten dibujar la trayectoria que sigue un satélite sobre un planisferio terrestre. En tercer lugar, se dedica un apartado a las maniobras y transferencias orbitales. Se analizarán diversas opciones a la hora de cambiar de una órbita a otra en función de las posiciones relativas entre ellas, y las maniobras de corrección de los parámetros. A continuación se exponen las limitaciones causadas en algunos subsistemas a bordo por la existencia de tiempos variables de eclipse a la vez que se estiman las cotas superiores de tiempo que el satélite estará expuesto a la sombra. Se concluye la sección con un apartado dedicado a la cobertura de la Tierra y a la visibilidad desde la superficie. Un tema de gran relevancia en tareas de comunicaciones en el que se estimarán parámetros que definen cómo cubre el satélite las diferentes zonas del planeta a lo largo de su trayectoria.

3.3.1. Tipos de órbitas

La gran variedad de órbitas que se pueden concebir es difícil de recoger en una lista: pueden ser circulares, elípticas, hiperbólicas; de transferencia, de mayor o menor altura, insensibles a ciertos tipos de perturbaciones, etc. Dependiendo de la misión que se quiera llevar a cabo, la combinación de parámetros necesarios será diferente.

La clasificación de órbitas según uno u otro tipo puede variar en función de la fuente consultada. Sin embargo, existen algunas que aparecen con frecuencia por su gran utilidad: las *geosíncronas* (GSO), y en concreto la *geoestacionaria* (GEO), las *heliosíncronas* (SS), las *Molniya* englobadas en el grupo de las *frozen*, y las *Repeating Ground Track* (RG). Podrían sumarse al estudio las órbitas circulares de baja y media altura (LEO/MEO), órbitas de excentricidad nula empleadas en tareas de cobertura móvil y transmisión de datos.

La finalidad de este apartado es dar a conocer estos diferentes tipos de órbitas, sus características, ventajas y desventajas, el cálculo de los parámetros que las definen, así como mencionar algunas misiones en las que se han empleado.

Orbita Geoestacionaria (GEO)

La principal característica que hace interesante a la órbita GEO es que desde las estaciones de Tierra, los satélites que se encuentran en ella parecen inmóviles, por lo que son ideales en misiones de comunicaciones o meteorológicas. Las características que definen esta clase de órbita son:

- Es una órbita circular, por tanto su excentricidad es nula.
- Se trata de una órbita geosíncrona, lo que implica un periodo igual al de rotación de la Tierra (de 23 horas 56 minutos y 4.06 segundos). Este hecho permite determinar el radio que debe tener, resultando 42164 km, o el equivalente de 35787 km de altura sobre la superficie terrestre. Además los cuerpos giran en ella a una velocidad de 3.075 km/s.
- Se encuentra en el plano ecuatorial, recorriéndolo de forma directa, por lo tanto la inclinación es nula.

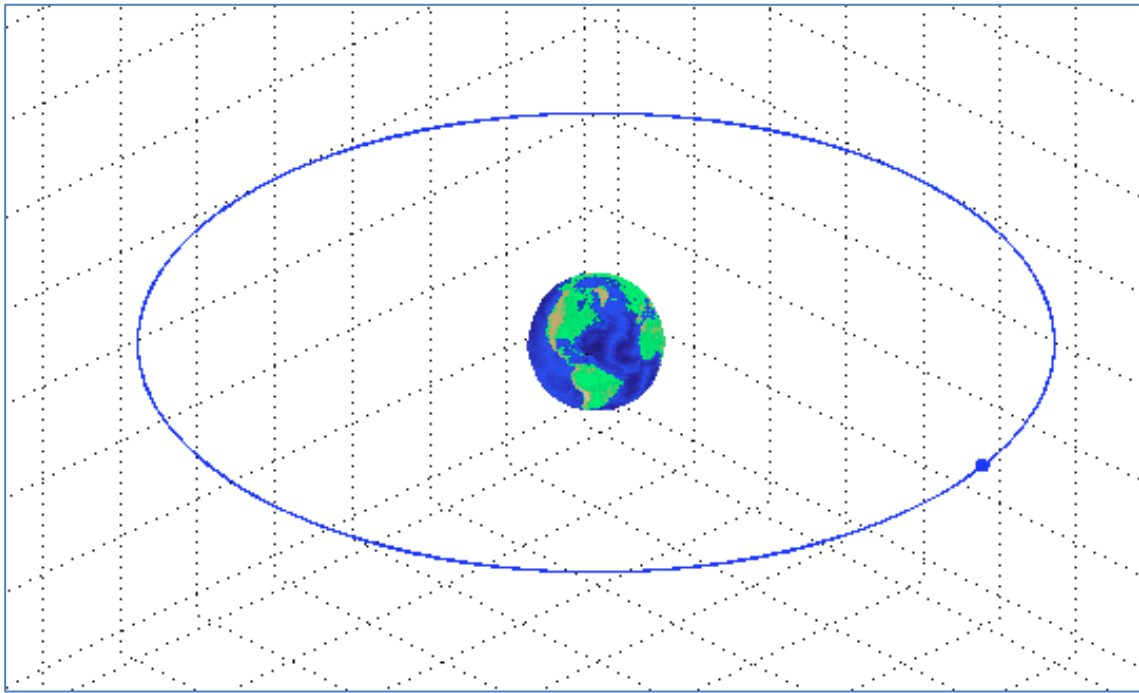


Figura 3.12: Órbita geoestacionaria.

La combinación de todas estas cualidades permite que desde tierra dé la sensación de que no se mueve. Es una órbita única y completamente definida, ya que tiene unas características muy concretas en los parámetros, a , i y e . Hay que tener precaución con las posibles perturbaciones y corregir aquellas variaciones que tengan lugar. En la Figura 3.13 se muestran las variaciones que ocasionan en la traza las variaciones de parámetros nominales en órbitas GEO.



Figura 3.13: Desviaciones traza órbita GEO.

A modo de ejemplo, mientras que teóricamente la traza sería un punto y estaría cubriendo siempre el mismo punto, una inclinación de la órbita generaría una traza en forma de ocho, y una ligera excentricidad inclinaría la traza a la derecha.

En lo sucesivo se van a mencionar los tipos de perturbaciones que afectan a esta clase de órbitas. En primer lugar, como ya se dijo en el apartado de perturbaciones, la presencia de potenciales gravitacionales de tercer cuerpo afectan a la inclinación, con variaciones cercanas al grado por año.

¿Cómo se explica este efecto? Tanto el Sol como la Luna son responsables de un momento de giro en el plano de la órbita por la variación de fuerzas que su gravedad ejerce sobre el satélite al ir variando en su movimiento la distancia con respecto a cada uno de ellos. Existen dos situaciones en las que el momento que tiende a inclinar el plano se anula:

- Si el tercer cuerpo que ejerce la fuerza lo hace en la dirección del plano orbital, no existe un brazo de momento que tienda a sacar al satélite de su inclinación.
- Si las acciones gravitatorias son perpendiculares al plano de la trayectoria, no habría ninguna diferencia de distancias, ni por lo tanto de fuerzas, y en conclusión no se produce el momento culpable.

Esta observación nos indica que en cierto modo la acción que ejercen el Sol o la Luna es proporcional a $\cos \alpha \sin \alpha$, donde α es el ángulo entre la dirección del tercer cuerpo y el plano orbital, y la tendencia es la de anularlo. La modelización de este fenómeno matemáticamente es compleja, pero se estiman variaciones de 0.75 a 0.94 grados anuales en la inclinación. Las maniobras de corrección de inclinación como se verá en el apartado correspondiente a maniobras son proporcionales a la velocidad que lleve el satélite, y por lo tanto muy costosas, constituyendo la principal fuente de consumo de propulsante dedicado a las correcciones.

En segundo lugar, las perturbaciones de la presión de radiación solar, que como ya se vio eran causantes de incrementos de velocidad, provocando variaciones no deseadas en la excentricidad, aunque sus efectos no eran muy importantes.

Para finalizar con los efectos perturbadores, la tercera causa de variaciones paramétricas en órbitas GEO es el potencial gravitatorio terrestre. En concreto, el culpable es el armónico J_{22} , que modeliza la no uniformidad del campo gravitatorio en el plano

ecuatorial. Aparecen 4 posiciones de equilibrio, dos estables y dos inestables, causando movimientos oscilatorios en torno a los puntos de estabilidad situados en las longitudes 75.1 y 254.7 grados. Sin embargo, estas aceleraciones pueden ser despreciadas frente a otras debido a su bajo valor.

Terminadas las perturbaciones, otro aspecto de importancia en el diseño de misiones es el cálculo de tiempos de eclipse, por su influencia en diversos subsistemas como el de potencia y control térmico. Los máximos tiempos de eclipse se producen en los periodos cercanos a los equinoccios (marzo y septiembre), cuando el Sol se encuentra en el plano ecuatorial. Las duraciones de eclipse van aumentando desde aproximadamente 21 días antes del equinoccio, alcanzando un máximo de en torno a 70 minutos en el mismo y disminuyendo en los 21 días siguientes. Este tiempo máximo puede ser estimado con facilidad con las herramientas proporcionadas en el apartado dedicado a eclipses que se verá mas adelante. En la Figura 3.14 se muestra la distribución anual de tiempos de eclipse.

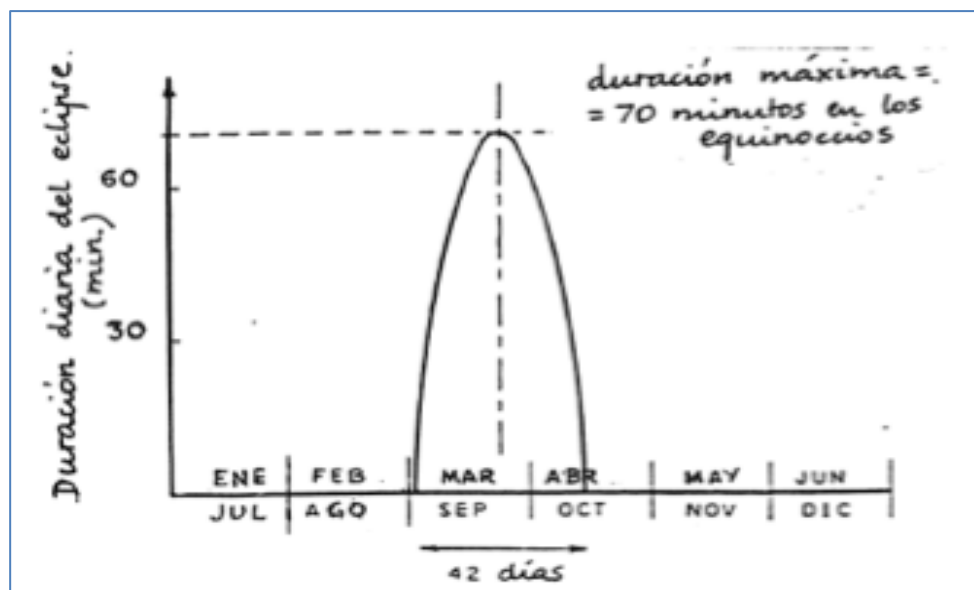


Figura 3.14: Distribución de tiempos de eclipse en la órbita GEO [10].

Finalmente, para concluir con la órbita geoestacionaria, algunas de las misiones que se benefician de sus cualidades son:

- Meteosat: es una constelación de satélites de la ESA, en órbita sobre el Océano Atlántico que proporcionan información meteorológica sobre Europa y África.

- GOES: similar al Meteosat, es una constelación de satélites meteorológicos, operada por la NASA que cubren Norteamérica.
- Múltiples satélites de televisión y comunicaciones de diferentes países emplean esta órbita.

A modo de conclusión, solo comentar que esta órbita, debido a las múltiples ventajas que presenta, está cada vez más saturada y es necesario realizar maniobras para retirar los satélites que hayan finalizado su misión, para así poder dejar su lugar a otros. Es frecuente enviar los satélites no operativos a lo que se conoce como órbita cementerio, situada a 500 km sobre la órbita GEO.

Órbitas heliosíncronas (SS)

Las órbitas heliosíncronas se caracterizan por una velocidad de precesión de los nodos igual al tiempo que el planeta, en este caso la Tierra, tarda en dar una vuelta al Sol. Este fenómeno resulta de gran utilidad en aquellos satélites con instrumentos que requieran una iluminación concreta de la superficie terrestre.

De la definición de la órbita se extrae la ligadura que deberán cumplir los parámetros. La velocidad de avance de la línea de nodos deberá ser igual a la velocidad angular de la Tierra respecto al Sol (360 grados cada 365.25 días). Esto se expresa con la siguiente relación:

$$\dot{\Omega} = \frac{2\pi}{365.25 \times 24 \times 3600} \quad (3.23a)$$

En el apartado 3.2.3 dedicado a perturbaciones se presentó la expresión de la variación secular de Ω , a la que se recurre a continuación:

$$-1.5J_2 \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \left(\frac{R_E}{a(1-e^2)} \right)^2 \cos i = \frac{2\pi}{365.25 \times 24 \times 3600} \quad (3.23b)$$

donde a es el semieje mayor [km], e la excentricidad e i [rad] la inclinación.

(3.23b) proporciona una ligadura entre los 3 parámetros a , i y e . En la mayoría de casos la geometría deseada ya se ha fijado con anterioridad, por tanto la expresión permite calcular la inclinación que debe tener la órbita para ser heliosíncrona. Analizando un poco más la expresión (3.23b) se observa que $\cos i$ tiende a ser un valor pequeño y

negativo, lo que implica inclinaciones en el entorno de los 100 grados y por tanto órbitas retrógradas.

Dentro de las órbitas SS existe una subdivisión en función del momento del día en el que el satélite cruce los nodos:

- Por un lado en las órbitas *High Noon* o *12h-24h* atraviesa el nodo ascendente a mediodía y el descendente a medianoche.
- Por otro lado en las órbitas *Dusk Dawn* o *6h-18h* sobrevuela las zonas de separación entre los hemisferios iluminado y oscuro.

De las características enumeradas se puede extraer una conclusión que define a las órbitas heliosíncronas: *cuando un satélite sobrevuela una latitud terrestre lo hace siempre a la misma hora solar*. Este hecho permite por ejemplo la observación de ciertas zonas con la misma intervención del Sol a lo largo de las revoluciones.

Algún ejemplo de misión que emplea estas características es:

- Envisat: fue un satélite de la ESA dedicado a la observación de la Tierra con el fin de realizar estudios medioambientales. Incluía múltiples instrumentos para el estudio del océano y la atmósfera entre otras cosas.
- ERS: los satélites de la ESA ERS-1 y su sucesor el ERS-2, tenían como finalidad la observación terrestre y la recogida de información sobre la superficie, las masas de agua y hielo, y la atmósfera.
- Múltiples satélites más de observación de nuestro planeta emplean esta órbita por las ventajas que presenta.

Órbitas frozen. Órbitas tipo Molniya

Las órbitas tipo frozen buscan reducir las posibles variaciones de altitud y para ello eliminan las variaciones de largo periodo de la excentricidad y el argumento del perigeo. Mediante las expresiones matemáticas correspondientes a sus variaciones se podrán deducir aquellas ligaduras entre parámetros que las anulan. Por lo tanto, las restricciones que hay que imponer serán:

$$\dot{e}(a, e, i, \omega) = 0 \quad (3.24a)$$

$$\dot{\omega}(a, e, i, \omega) = 0 \quad (3.25a)$$

Una vez conocidas dichas expresiones de forma explícita se puede proceder al cálculo del conjunto de valores que hacen que se cumplan. Las ecuaciones a resolver son:

$$\dot{e} = -\frac{1.5n}{(1-e^2)^2} J_3 \left(\frac{R_E}{a} \right)^3 (1 - 1.25 \sin^2 i) \sin i \cos \omega = 0 \quad (3.24b)$$

$$\dot{\omega} = -\frac{3n}{(1-e^2)^2} J_2 \left(\frac{R_E}{a} \right)^2 (1 - 1.25 \sin^2 i) \theta = 0 \quad (3.25b)$$

$$\text{en donde } \theta = 1 + \frac{J_3}{2J_2} \left(\frac{R_E}{a} \right) (1 - e^2)^{-1} (\sin^2 i - e^2 \cos^2 i) \frac{\sin \omega}{e \sin i} \quad (3.25c)$$

Tras resolver las ecuaciones (3.24b) y (3.25b) se obtiene que:

- Las variaciones de excentricidad pueden anularse imponiendo argumentos de perigeo de 90 o 270 grados, o inclinaciones de 0, 63.43 o 116.67 grados.
- Por otro lado las variaciones de argumento de perigeo son nulas para inclinaciones de 63.43 o 116.67 grados, o la excentricidad que anula el valor de θ (cuyo cálculo requiere métodos iterativos o una linealización si $e \ll 1$).

Las órbitas tipo frozen han demostrado ser un tipo de órbitas muy estables frente a las perturbaciones naturales. Su capacidad de mantener la altura invariable las hace de enorme utilidad en misiones de observación de la Tierra.

En párrafos sucesivos se va a comentar un tipo de órbita frozen muy utilizadas, la Molniya. Las órbitas Molniya buscan cubrir las latitudes más elevadas que se escapan de otros tipos de órbitas, como las geoestacionarias. También deben cubrir esas zonas durante el máximo tiempo posible, por lo tanto tienen una excentricidad muy alta con su correspondiente altitud de apogeo. En la Figura 3.15 se representa una órbita Molniya.

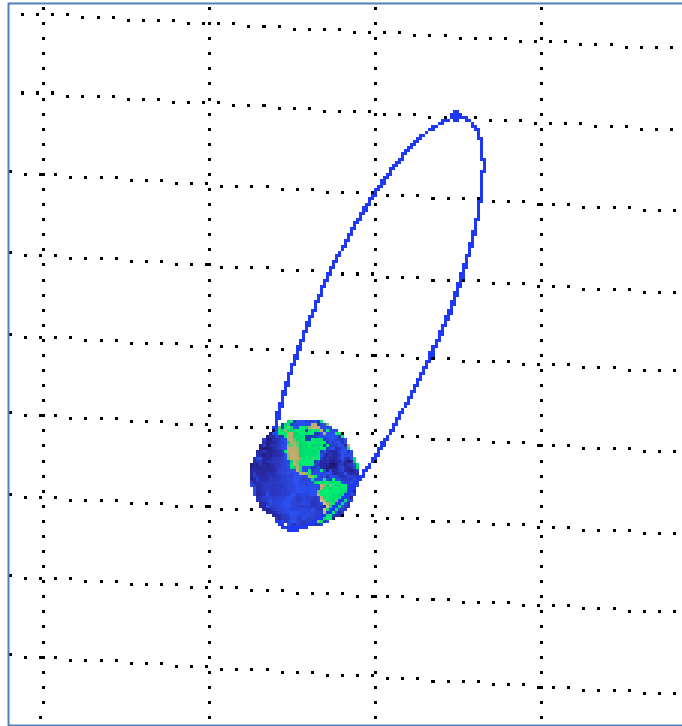


Figura 3.15: Órbita tipo Molniya.

Las características más representativas de esta clase de órbitas son:

- Su elevada excentricidad en torno a 0.75, junto con la gran altura de apogeo (unos 40000 km) y su periodo de 12 horas, que permiten permanecer la mayor parte del periodo cubriendo la zona deseada.
- La alta inclinación de 63.43 grados que permite cubrir las latitudes superiores y a la vez evitar las variaciones del argumento del perigeo.
- Un argumento del perigeo de 270 grados para anular las variaciones de excentricidad y cubrir las zonas más elevadas.

Las órbitas Molniya reciben su nombre de los satélites de comunicaciones que emplearon los soviéticos. El Molniya-1 tenía la capacidad de cubrir y servir a toda la Unión Soviética durante los años 60. Desde aquella época una de sus principales finalidades es la de servir a ese tipo de misiones. El empleo de constelaciones de 3 satélites permiten la cobertura ininterrumpida de la zona deseada.

Repeating Ground Track (RG)

Las órbitas repeating ground track tienen como finalidad sobrevolar el mismo punto de la Tierra tras un número concreto de periodos, y una cantidad determinada de revoluciones terrestres. Matemáticamente la órbita queda determinada mediante dos parámetros: p , el número de vueltas que da el satélite antes de cubrir de nuevo el punto deseado, y q , el número de vueltas que habrá dado la Tierra mientras tanto.

En un entorno sin perturbaciones la ligadura de la órbita se deduce de igualar los tiempos al dar p y q vueltas respectivamente.

$$\frac{\omega_{sat}}{\omega_E} = \frac{p}{q} = \frac{T_E}{T_{sat}} = \frac{1}{k} \quad \text{con } k = \frac{q}{p}$$
$$a_{sat} = \sqrt[3]{\mu \left(\frac{T_E}{2\pi k} \right)^2} \quad (3.26)$$

donde ω_i [rad/s] son las velocidades angulares de la Tierra y el satélite, y T_i [s] los periodos de ambos.

La expresión (3.26) representa la ligadura que debe cumplir el semieje mayor de la órbita una vez fijados los parámetros. Un estudio en mayor detalle llevaría a introducir la teoría de perturbaciones, resultando relaciones implícitas dependientes de las variaciones paramétricas, que mediante un proceso iterativo proporcionarían el valor de a [10]. Sin embargo, y por simplicidad, se prescinde de dichas ecuaciones ya que (3.26) permite un nivel adecuado de precisión.

Por lo general este tipo de órbitas no se emplean de forma independiente y se combinan con las frozen, heliosíncronas, etc. Por poner un ejemplo, las órbitas Molniya antes mencionadas son RG con $p=2$ y $q=1$. En la Figura 3.16 se muestra una la traza de una órbita Molniya, que a su vez es RG.

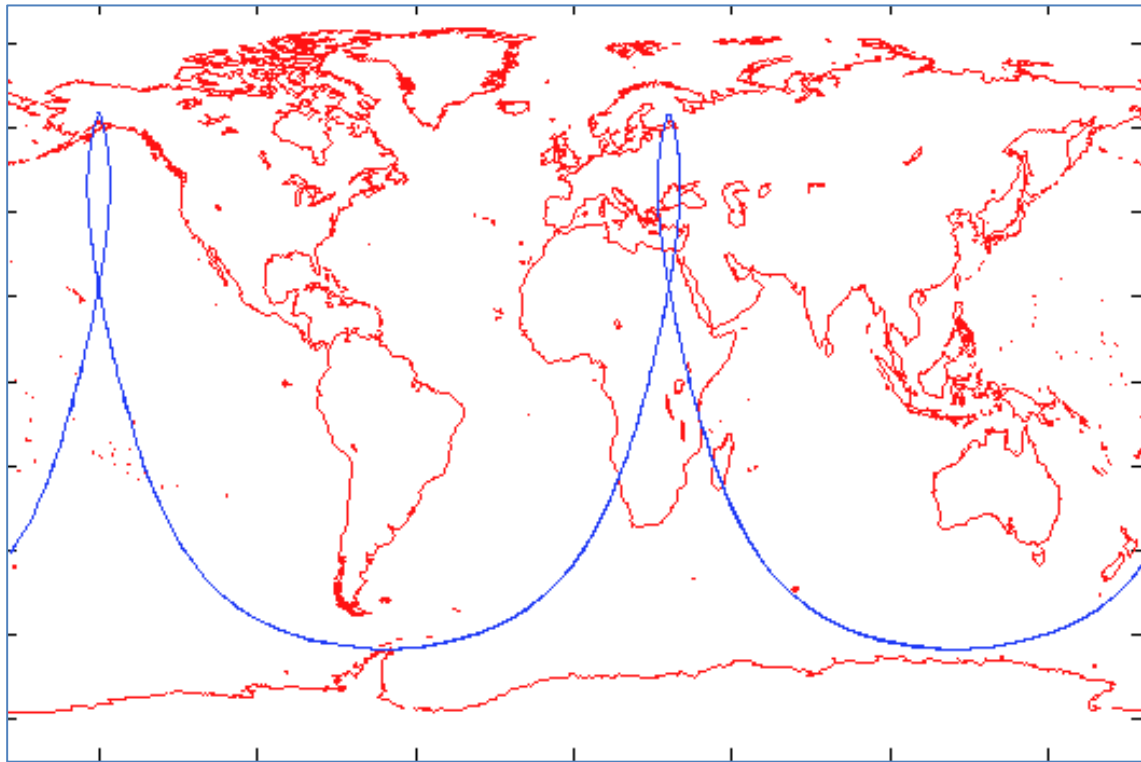


Figura 3.16: Traza órbita RG/Molniya.

Ideas generales sobre los tipos de órbitas

En este primer apartado se han abordado aquellas órbitas que por sus características y uso frecuente en misiones espaciales deben distinguirse del caso general. En primer lugar se trató la geoestacionaria, una órbita única, completamente definida y de gran importancia en el ámbito de las comunicaciones. Tras ello, siguieron las heliosíncronas, las frozen y las repeating ground track; cada una tiene sus propias ventajas e inconvenientes, pero no son únicas, solo imponen ligaduras que deben cumplir los parámetros orbitales, y al no ser excluyentes entre ellas pueden ser combinadas si la misión lo exige.

Existen otro tipo de órbitas, las de transferencia, que permiten el paso de una órbita a otra, y cuya naturaleza depende de la posición relativa entre ambas. Se abordará su estudio más adelante en el capítulo relacionado con las maniobras.

3.3.2. Estudio de las trazas orbitales

Para comenzar el estudio las trazas conviene definir el concepto de punto subsatélite. El punto subsatélite es la intersección de la línea de unión entre el satélite y el centro terrestre con la superficie de la Tierra. Una vez claro este concepto la definición de traza es sencilla. Una traza es la línea que va dibujando el punto subsatélite sobre la superficie terrestre a medida que avanza. Entre las ventajas que presentan las trazas se encuentra el hecho de que a simple vista permiten observar las zonas por las que pasa el satélite, con vistas a la aplicación en observación de la superficie, vigilancia o cobertura en tareas de comunicaciones.

Existen dos formas de representar la traza de un satélite, tridimensional y bidimensional:

- *Tridimensional*: tomando la Tierra esférica y sin rotación, la traza estaría formada por la circunferencia resultante de intersectar la Tierra con el plano orbital. Debido a la rotación del planeta, esta curva es una espiral en lugar de una circunferencia.
- *Bidimensional*: consiste en representar la traza sobre el desarrollo plano de la Tierra. Si el planeta no girara sobre su eje la traza sería una curva sinusoidal, de amplitud i en órbitas directas (o $180 - i$ en las retrógradas). Al añadir la rotación, la senoide degenera pero la amplitud permanece inalterada.

El fin de este apartado es el estudio de las trazas bidimensionales, se buscarán expresiones matemáticas que ligen la latitud y longitud del punto subsatélite con los parámetros orbitales, para ser representadas sobre un planisferio terrestre.

Para comenzar puede resultar de interés el cálculo del desfase existente entre dos pases consecutivos por el nodo ascendente debido al giro de la Tierra. La rotación terrestre causa que en el caso general, al existir el desfase en longitud en cada revolución el satélite cubra diferentes zonas. El desfase se calcula fácilmente conociendo el periodo del satélite y la velocidad angular de la Tierra:

$$\Delta\lambda = \omega_E T = \frac{2\pi}{24 \times 3600} 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} = 4.158 \times 10^{-5} a^{1.5} \quad (3.27)$$

donde a [km] es el semieje mayor, T [s] el periodo, ω_E [rad/s] la velocidad de rotación terrestre y $\Delta\lambda$ [rad] el desfase en longitud. En la Figura 3.17 se muestra el desfase en longitud entre trazas sucesivas de la órbita.

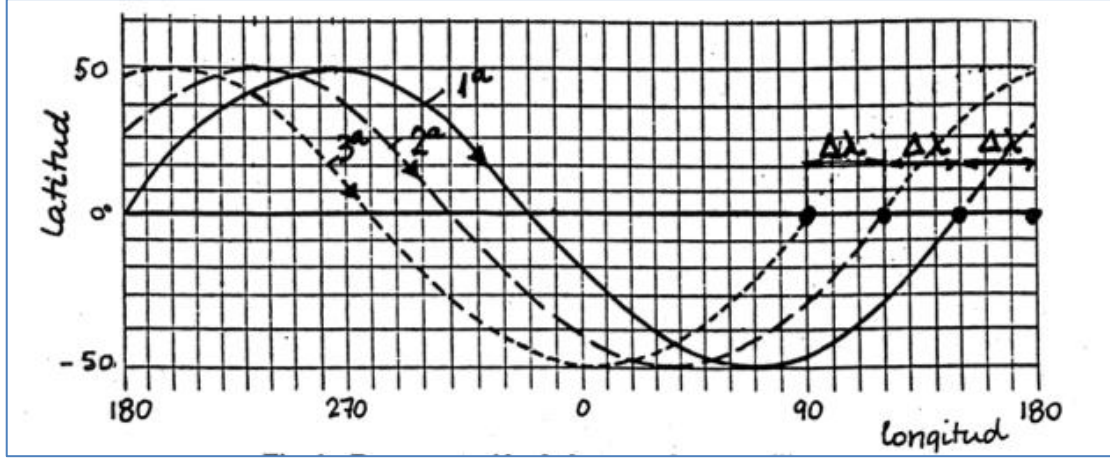


Figura 3.17: Desfase en longitud entre pases consecutivos de la traza [10].

A continuación, mediante la ayuda de las relaciones existentes en la trigonometría esférica, se van a calcular en cada punto la longitud λ y la latitud ϕ correspondientes sobre la Tierra, de forma que su evolución temporal va dibujando la traza buscada.

$$\sin \phi = \sin u \sin i \quad (3.28a)$$

$$\tan(GST_0 + \omega_E t + \lambda - \Omega) = \tan u \cos i \quad (3.29a)$$

De las expresiones anteriores se pueden despejar las variables buscadas en función del tiempo:

$$\phi = \text{asin}(\sin i \sin u) \quad (3.28b)$$

$$\lambda = \Omega - GST_0 - \omega_E t + \text{atan}(\cos i \tan u) \quad (3.29b)$$

donde i [rad] es la inclinación, GST_0 [rad] el tiempo sidéreo en Greenwich, Ω [rad] la ascensión del nodo ascendente y u [rad] el argumento de la latitud. En la Figura 3.18 se muestran todos los ángulos mencionados.

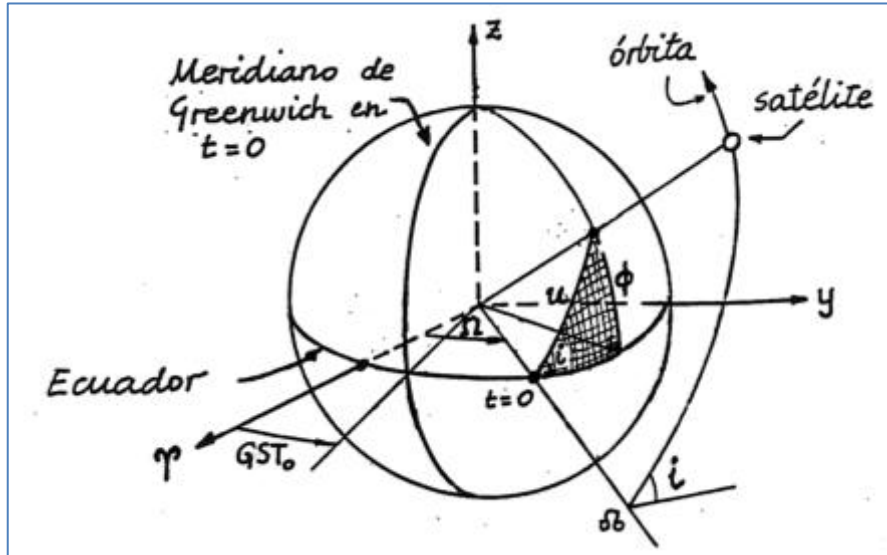


Figura 3.18: Determinación de la traza orbital por puntos [10].

El paso final es expresar el argumento de la latitud a lo largo del tiempo para conocer la evolución de la traza. Hay que diferenciar entre las órbitas circulares y las elípticas, puesto que en las primeras se puede obtener fácilmente $u = u(t)$ de forma explícita, pero en las segundas es una tarea compleja.

Si se trata de una órbita circular, se determina el movimiento medio n , hallando la relación explícita entre u y el tiempo:

$$u = nt = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} t \quad (3.30)$$

Finalmente basta con introducir la relación (3.30) en (3.28b) y (3.29b). Cuando tratamos con órbitas elípticas conviene emplear otro parámetro, la anomalía verdadera v , ya que su relación con u es sencilla:

$$u(t) = \omega + v(t) \quad (3.31)$$

Si se sustituye la expresión (3.31) en (3.28b) y (3.29b) se obtiene la relación buscada. Con las variaciones en función del tiempo de la latitud y la longitud según (3.28b) y (3.29b) sería posible finalmente la representación de la traza sobre un planisferio, con lo que el estudio queda concluido.

3.3.3. Transferencias y mantenimiento orbitales

Tras el lanzamiento de los satélites no suele ser frecuente alcanzar la órbita deseada directamente, y se hace necesario pasar por una órbita inicial de aparcamiento, desde la cual, mediante impulsos en los momentos adecuados se transfiere a la órbita de la misión. Además, una vez situado el satélite en su órbita final la labor no ha finalizado, como se vio anteriormente, la existencia de aceleraciones de perturbación modificaba los parámetros orbitales de diseño, siendo necesarias labores de mantenimiento periódicas. La finalidad de este apartado es el estudio de las transferencias orbitales y comentar las posibles maniobras de corrección.

Para comenzar, y a modo de ejemplo, se va a estudiar el caso de las órbitas geoestacionarias para justificar la necesidad de las transferencias. En primer lugar, una órbita GEO es ecuatorial, su inclinación de diseño es nula, casi imposible de alcanzar directamente tras el lanzamiento. ¿A qué se debe esto? En la Figura 3.19 se muestra de forma genérica una trayectoria de lanzamiento.

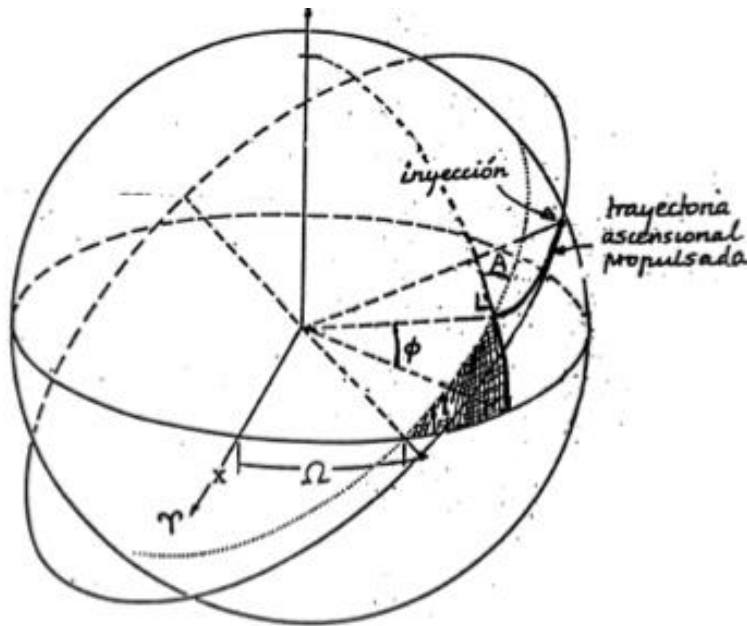


Figura 3.19: Trayectoria tras el lanzamiento [10].

Se puede observar que la órbita tras la inyección, el meridiano de lanzamiento y el plano ecuatorial determinan un triángulo esférico resaltado en la Figura 3.19. Aplicando el teorema del coseno a dicho triángulo se obtiene una relación de gran relevancia:

$$\cos i = -\cos A \cos \frac{\pi}{2} + \sin A \sin \frac{\pi}{2} \cos \phi \rightarrow \cos i = \sin A \cos \phi \quad (3.32)$$

donde i [rad] es la inclinación de la órbita, A [rad] el azimut de lanzamiento y ϕ [rad] la latitud de lanzamiento.

Siendo el azimut un ángulo positivo, la ecuación obtenida en implica que la inclinación orbital sea mayor o igual que la latitud de lanzamiento. En algunos casos este fenómeno puede condicionar el lugar desde el cual se pone en órbita la carga de pago. Para el caso de la órbita geoestacionaria la única posibilidad sería un lanzamiento desde el ecuador teniendo en cuenta que no hubiera ningún contratiempo durante el proceso. Por tanto, el procedimiento para alcanzarla consiste en una transferencia (o conjunto de transferencias) con cambio de inclinación desde una órbita inicial de aparcamiento.

Una vez justificado el hecho de que las transferencias y/o maniobras son necesarias a lo largo de una misión espacial, se va a continuar comentando las diferentes posibilidades. En lo sucesivo se va a hacer una distinción entre maniobra y transferencia, la primera requiere un solo impulso puesto que se hace entre trayectorias con un punto en común, la segunda requiere dos o mas impulsos, las órbitas inicial y final no intersectan nunca y es necesario definir una tercera órbita que las conecte.

Masa de propulsante

El análisis realizado a lo largo de este apartado tiene como finalidad la determinación de los impulsos necesarios para que las maniobras puedan llevarse a cabo. Mediante la llamada ecuación del cohete se relaciona el incremento de velocidad que precisa una maniobra, con la variación de masa que experimenta el sistema.

$$\Delta v = I_{sp} g \ln \frac{m_{inicial}}{m_{final}} \rightarrow m_{prop} = m_s \left[\exp \left(\frac{\Delta v}{I_{sp} g} \right) - 1 \right] \quad (3.33)$$

donde I_{sp} [s] es el impulso específico del propulsante, g la gravedad, m_p [kg] la masa de propulsante empleada en la maniobra y m_s [kg] la masa restante tras finalizar la misma.

A la vista de la ecuación (3.33) queda claro que un aumento del impulso conlleva un incremento exponencial del propulsante necesario. Este hecho relaciona íntimamente el control de órbitas con el sistema de propulsión. El tipo de maniobras previsto durante en

la misión dimensionará la masa de propulsante a bordo, o en caso contrario, el sistema de propulsión puede limitar el abanico de maniobras que se realizan.

Maniobras en dos o mas impulsos: Transferencias

En primer lugar se tratarán los cambios de órbita cuando éstas no se cortan. El caso más sencillo es la transferencia entre dos órbitas circulares coplanarias con dos impulsos mediante una órbita elíptica. Esta maniobra fue estudiada por el ingeniero alemán Walter Hohmann a principios del siglo XX y recibe el nombre de *Órbita de transferencia de Hohmann*. Se muestra en la Figura 3.20.

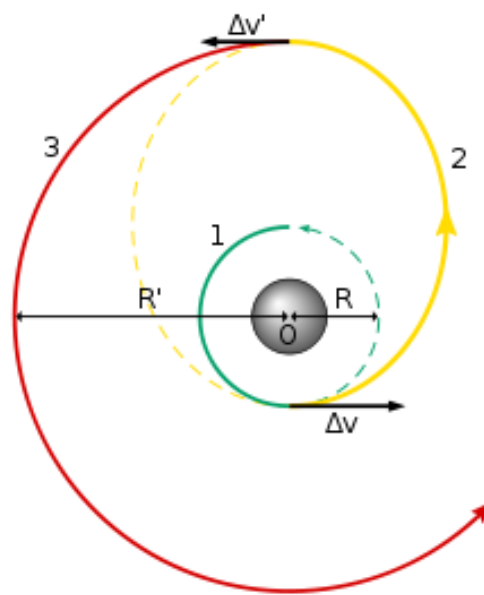


Figura 3.20: Órbita de transferencia de Hohmann.

Hohmann demostró que a partir de una órbita circular, se puede alcanzar otra trayectoria circular, concéntrica y coplanaria mediante dos incrementos de velocidad, de forma que la curva de transferencia sea una elipse tangente a ambas órbitas. La forma de calcular los impulsos necesarios es sencilla y se basa en la aplicación de la ecuación de la energía en los puntos adecuados para hallar sus velocidades.

Como se observa en la Figura 3.20 tras el primer impulso el satélite se halla en el perigeo de la órbita de transferencia, y el segundo se da en el apogeo para recircularizar. Una vez se determinan las velocidades correspondientes, el impulso necesario será la diferencia entre la velocidad que se tiene y la que se desea tener, al ser ambas velocidades colineales.

A continuación se realiza la aplicación matemática correspondiente. Los datos de partida del problema son los radios de la órbita inicial R_i y la órbita final R_f . El primer impulso resulta de la diferencia entre las velocidades de la órbita de transferencia en el perigeo y de la circular inicial, mientras que el segundo se calcula con la velocidad de la órbita final menos la velocidad de la órbita de transferencia en el apogeo.

$$\Delta v_1 = \sqrt{\frac{2\mu}{R_i} - \frac{\mu}{a}} - \sqrt{\frac{\mu}{R_i}}; \quad \Delta v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{R_f}} - \sqrt{\frac{2\mu}{R_f} - \frac{\mu}{a}}$$

$$\Delta v_T = \Delta v_1 + \Delta v_2 \quad (3.34)$$

donde Δv_i [km/s] son los incrementos de velocidad inicial, final y total; y a [km] el semieje mayor de la órbita de transferencia (igual a la semisuma de los radios inicial y final).

La transferencia de Hohmann constituye la maniobra de mayor eficiencia pero también mayor tiempo. Si el tiempo es un factor limitante es posible reducirlo si se disminuye a cambio la eficiencia del proceso, aumentando en consecuencia el propulsante necesario. Para ello, se comienza con un impulso inicial tangente mayor al de la órbita de Hohmann, dando lugar a una nueva trayectoria elíptica, que llega a la órbita final de forma secante y no tangente, con un cierto ángulo que debe corregirse en el segundo impulso.

Una relación matemática que será de utilidad a partir de este momento es la existente entre dos vectores de velocidad cualesquiera que forman un ángulo φ y el módulo del incremento de velocidad que los relaciona. Aplicando el teorema del coseno:

$$\Delta v = \sqrt{v_i^2 + v_f^2 - 2v_i v_f \cos \varphi} \quad (3.35)$$

donde Δv [km/s] es el incremento de velocidad, v_i [km/s] la velocidad inicial, v_f [km/s] la final y φ [rad] el ángulo que forman. En la Figura 3.21 se muestra la geometría del problema del cambio entre velocidades con direcciones diferentes.

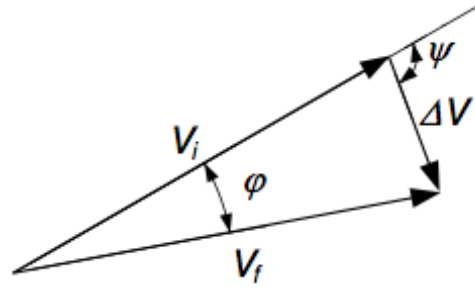


Figura 3.21: Cálculo del incremento de velocidad genérico [10].

Nótese que si el ángulo es nulo, el incremento de velocidad corresponde al caso ya comentado de diferencia entre velocidades. A medida que φ aumenta, el impulso necesario también lo hace, hecho que justifica la reducción de eficiencia cuando los impulsos no son tangentes.

En la Figura 3.22 se muestra el caso general en el que se busca reducir el tiempo de maniobra que requiere la transferencia de Hohmann incrementando el impulso tangente inicial.

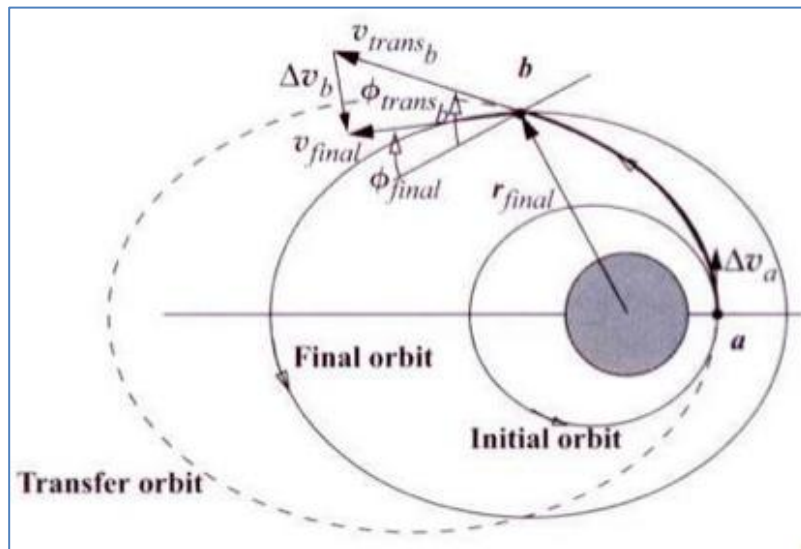


Figura 3.22: Transferencia de eficiencia menor a la de Hohmann [10].

Existe una variación del problema de Hohmann y se corresponde al caso de órbitas que aunque son circulares no son coplanarias, luego es necesario un cambio de inclinación. Este problema es un ejemplo de *maniobra combinada*, se realizan simultáneamente una variación de geometría con una variación de inclinación.

El proceso puede llevarse a cabo de varias formas: es posible dar un primer impulso tangente a la órbita inicial y, al llegar al apogeo de la transferencia, realizar una recirculación y corrección de la inclinación conjuntamente; o el caso opuesto en el cual el impulso tangente sea el segundo; o repartir las correcciones de inclinación entre ambos impulsos. Otra opción, aunque poco recomendable por su elevado coste de propulsante como se verá un poco más adelante, consiste en un cambio completo de geometría seguido de un cambio de plano independiente. Existen múltiples alternativas para abordar esta situación que deberán valorarse para encontrar aquella que presente una mayor eficiencia.

Una modificación de la ecuación (3.35) permite la obtención de todos los incrementos de velocidad en maniobras combinadas que involucran recirculación y cambio de inclinación:

$$\Delta v = \sqrt{v_c^2 + v_{tr}^2 - 2v_c v_{tr} \cos \Delta i} \quad (3.36)$$

donde v_c es la velocidad en una de las órbitas circulares, v_{tr} es la velocidad en el punto de la órbita de transferencia donde se realice la maniobra y Δi la variación de inclinación. En la Figura 3.23 se representa el caso general de esta clase de maniobra combinada.

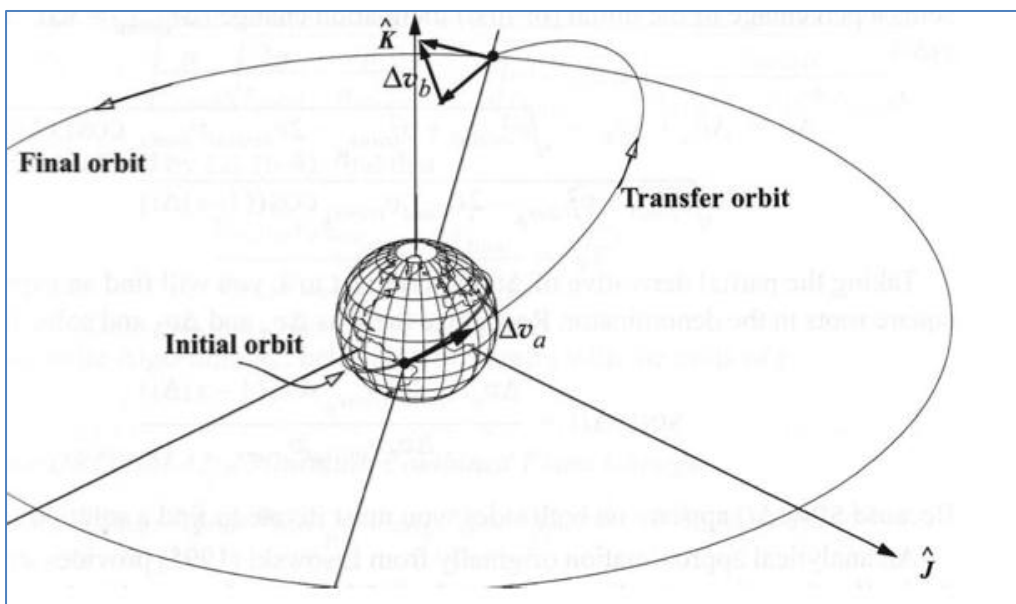


Figura 3.23: Ejemplo de maniobra combinada [10].

Sin embargo, aunque las transferencias en dos impulsos puedan parecer la solución mas conveniente, entrañan un cierto riesgo, y es que pequeñas desviaciones en la propulsión o alteraciones ajenas imprevistas pueden provocar que la órbita final se desvíe de la deseada. Estos factores harían necesario implementar correcciones posteriores que afectarían a la eficiencia y alargarían el proceso. Por tanto, es muy frecuente diseñar transferencias que involucren tres o más maniobras, las primeras buscan aproximarse a la órbita final y la última ajustar e imponer alguna pequeña corrección necesaria. El diseño de maniobras busca una solución de compromiso entre eficiencia y complejidad.

Hasta ahora se ha supuesto que el sistema propulsivo de nuestro satélite no entraña ninguna limitación, pero no es algo realista, es posible que no se pueda dar el impulso necesario. Esto hace que sea necesario abordar el problema de formas alternativas. Supongamos que los motores permiten un impulso máximo menor al que precisa la maniobra, ¿qué soluciones existen en ese caso? Las alternativas más frecuentes son dos:

- La *transferencia segmentada de Hohmann*: en lugar de alcanzar el apogeo con la geometría final al primer impulso. Se van dando incrementos de velocidad en cada paso por el perigeo de forma que el apogeo va aumentando progresivamente. Una vez se llega a las dimensiones buscadas se da un impulso final de recircularización. Es un método empleado en sistemas con un empuje químico reducido.
- La *transferencia en espiral*: consiste en ir dando impulsos progresivamente a medida que se avanza en la trayectoria hasta alcanzar la órbita final donde se proporciona un último impulso para recircularizar. Es frecuente al tratar con sistemas de bajo impulso eléctrico. Matemáticamente es posible aproximar la variación de velocidad de la maniobra como la diferencia entre las velocidades de las órbitas inicial y final.

$$\Delta v_{\text{espiral}} = |v_i - v_f| \quad (3.37)$$

En la Figura 3.24 se muestran de izquierda a derecha la trayectoria segmentada de Hohmann y la transferencia en espiral entre dos órbitas circulares.

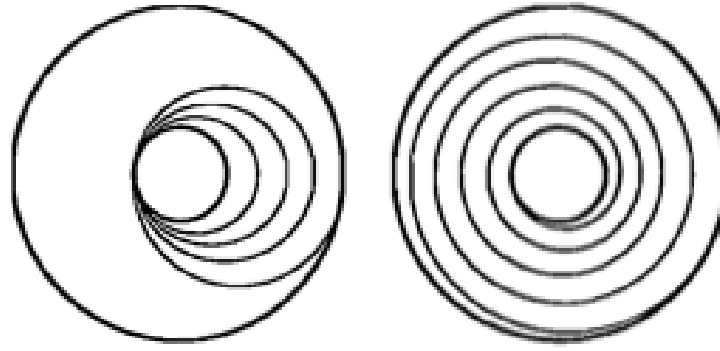


Figura 3.24: Transferencias para sistemas de bajo empuje [7].

Maniobras de un impulso:

Hasta ahora se han analizado los cambios de órbita entre trayectorias independientes, es decir, sin compartir puntos en común. En lo sucesivo se va a estudiar el caso contrario, cómo variar el movimiento entre curvas que al menos intersectan una vez. Para ello se van a analizar tres casos particulares con gran relevancia en el cálculo de correcciones orbitales: el *cambio de inclinación*, el *cambio de ascensión del nodo* (RAAN) y el *cambio argumento del perigeo*, sin variación del resto de parámetros.

La *variación de inclinación* es sencilla de expresar matemáticamente, puesto que se trata de variar un ángulo Δi la dirección de la velocidad, cuyo módulo v_i permanece sin cambios al tratarse de la misma órbita con pero diferente plano. Si se recurre a la relación (3.35) con las condiciones impuestas se llega a:

$$\Delta v = 2v_i \sqrt{\frac{1 - \cos \Delta i}{2}} = 2v_i \sin \frac{\Delta i}{2} \quad (3.38)$$

donde Δv [km/s] es el incremento de velocidad necesario.

La expresión (3.38) pone de manifiesto el enorme coste de esta maniobra, el incremento de velocidad necesario es del orden de la velocidad que lleve el satélite en ese punto (varios km/s). Este hecho justifica que el porcentaje de combustible dedicado a las correcciones de inclinación sea sustancialmente mayor que el del resto.

Ya se conoce tanto la dirección del impulso como la magnitud del mismo, ahora solo queda responder a la pregunta del punto de aplicación. La respuesta es sencilla, si solo se busca un cambio de inclinación sin que el resto de parámetros se vean afectados la

única posibilidad es hacer la maniobra en el nodo ascendente o descendente, o lo que es lo mismo, al sobrevolar el ecuador terrestre.

La siguiente maniobra es el *cambio de RAAN*, $\Delta\Omega$. Su formulación matemática requiere la definición de tres parámetros involucrados: el ángulo ΔA [rad] que representa el cambio de dirección de la velocidad, Δv [km/s] el incremento de velocidad y u_i [rad] el argumento de latitud donde se debe dar el impulso. El análisis se limita a órbitas circulares, en órbitas elípticas no se puede realizar sin variar el argumento del perigeo. En la Figura 3.25 se muestra la geometría del problema genérico de variación de RAAN.

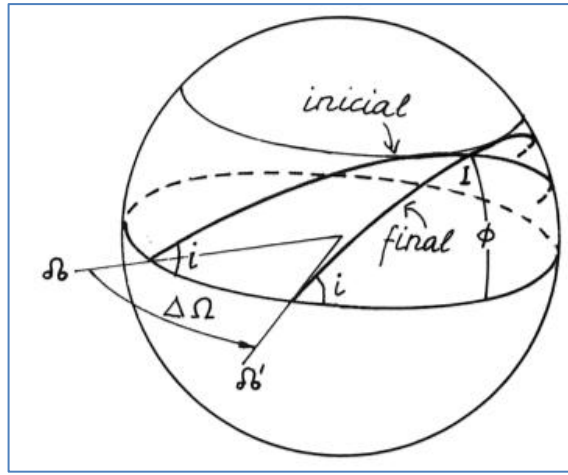


Figura 3.25: Maniobra de variación de RAAN [10].

Para resolver el problema planteado es preciso recurrir a la trigonometría esférica sobre la Figura 3.25. Aplicando el teorema del coseno y a partir del hecho de que no se desea variar la inclinación i se llega a:

$$\cos \Delta A = \cos^2 i + \sin^2 i \cos \Delta\Omega \quad (3.39a)$$

Una vez conocemos la dirección en la que debe aplicarse el impulso, recurriendo de nuevo a la relación (3.35) el impulso queda definido:

$$\Delta v = 2v_i \sin \frac{\Delta A}{2} \quad (3.39b)$$

Finalmente, la posición del punto de aplicación se determina mediante el teorema del coseno:

$$\cos u_i = \tan i \frac{\cos \Delta\Omega - \cos \Delta A}{\sin \Delta A} \quad (3.39c)$$

Despejadas las tres incógnitas anteriores, el problema de la maniobra de variación de RAAN queda resuelto.

En el tercer y último caso se va definir un último problema destinado a la corrección de parámetros orbitales, la *variación del argumento del perigeo* ω . Se trata de una maniobra entre dos órbitas secantes y coplanarias, en la que debe determinarse la localización del punto en el que dar el impulso y la dirección del mismo. En la Figura 3.26 se muestra un problema genérico de corrección del argumento del perigeo.

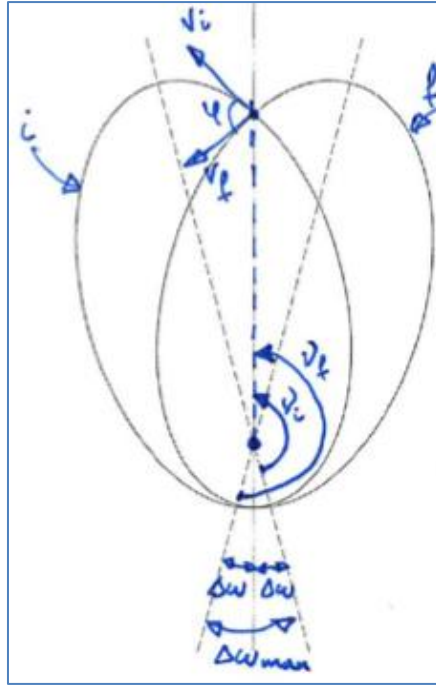


Figura 3.26: Maniobra de variación del argumento del perigeo.

Dado que tanto las órbitas inicial y final son conocidas, y de geometría idéntica, los datos de partida son la excentricidad e , el semieje mayor a , y la variación deseada de argumento del perigeo $\Delta\omega$. El problema reside en el cálculo del punto de aplicación y la dirección del impulso necesarios. De la Figura 3.26 se deduce que la distancia entre el foco y la intersección entre las órbitas es idéntica en ambos casos, por tanto:

$$r_i = r_f \rightarrow \frac{p}{1 + e \cos v_i} = \frac{p}{1 + e \cos(v_i + \Delta\omega)}$$

$$\cos v_i = \cos(v_i + \Delta\omega) \quad (3.40a)$$

donde los subíndices i y f van referidos a parámetros de las órbitas inicial y final, v_i es la anomalía verdadera del punto buscado (y única incógnita de la ecuación) y $\Delta\omega$ [rad] la variación del argumento del perigeo entre las órbitas inicial y final.

La ecuación implícita (3.40a) tiene en general dos soluciones, existen dos posiciones para realizar la maniobra. Una vez se selecciona la anomalía verdadera del punto deseado, automáticamente se conoce su posición r_i . Mediante la ecuación de la energía se puede obtener fácilmente el módulo de la velocidad en cada órbita, que resulta idéntico en ambos casos al tener la misma geometría.

$$v^2 = \frac{2\mu}{r_i} - \frac{\mu}{a} \quad (3.40b)$$

Tras conocer los módulos de la velocidad, las incógnitas por son los ángulos γ_i y γ_f que forman con la horizontal local, definidos por la relación (3.11)

$$\gamma = \text{atan} \left[\left(1 - \frac{r_i}{p} \right) \tan v \right] \quad (3.40c)$$

Con γ obtenido para las órbitas inicial y final, el ángulo que mide la dirección de la maniobra resulta $\varphi = |\gamma_i - \gamma_f| = |2\gamma|$ debido a la simetría del problema. La maniobra queda así completamente definida y el impulso necesario se calcula con la relación (3.35).

Ideas básicas del cálculo de maniobras y transferencias

Durante este tercer apartado se ha abordado el análisis de las maniobras que pueden llevarse a cabo a lo largo de la misión, y los impulsos que llevan asociados. En primer lugar se ha comentado la relación con el sistema de propulsión a través de la ecuación del cohete, un mayor impulso puede disminuir el tiempo de maniobra pero su coste de propulsante es también mayor. En segundo lugar se han estudiado diferentes clases de transferencias, necesarias cuando no hay intersección entre dos órbitas que se desean conectar, y se ha hecho hincapié en la maniobra de Hohmann. Se concluye el apartado con ciertas maniobras destinadas a la corrección de los parámetros orbitales. Éstas deberán realizarse periódicamente cuando se superen unos límites prefijados de variación.

3.3.4 Análisis de eclipses

Los eclipses tienen lugar cuando la Tierra obstruye la radiación solar, total o parcialmente, dirigida hacia el satélite. Los efectos inmediatos más importantes cuando se producen eclipses son:

- Generación de un choque térmico, debido al enfriamiento de las superficies exteriores al dejar de estar expuestas a la radiación. Este hecho expone al subsistema de control térmico a condiciones extremas que pueden alterar la actitud del satélite.
- La ausencia de energía solar impide que los paneles solares generen la energía necesaria para alimentar los circuitos eléctricos, y por tanto debe consumirse la energía almacenada en las baterías. Durante los tiempos de eclipse las baterías no deben descargarse por debajo de ciertos límites establecidos, por ello es tan importante conocer la distribución de tiempos.
- Imposibilita el uso de aquellos sistemas que emplean el Sol como referencia para su funcionamiento.

Los eclipses no solo afectan al satélite en el corto plazo, sino que en el largo plazo también tienen sus inconvenientes, por ejemplo, en lo que concierne a las baterías, ya que un número elevado de cargas y descargas por diversos períodos de eclipse contribuyen a la degradación de las mismas.

La relevancia de los eclipses y sus efectos dependen de su duración, su frecuencia o su extensión. Dependiendo de las posiciones relativas entre el Sol, la Tierra y el satélite pueden darse diversos tipos de eclipses: totales, parciales, anulares o combinaciones a lo largo del tiempo. En la Figura 3.27 se muestran tres disposiciones posibles.

A lo largo del tiempo de vida de un satélite hay multitud de situaciones de eclipse que pueden producirse. Por ello se va a estimar una magnitud significativa que represente la influencia de los eclipses, la duración del tiempo máximo que se permanece a la sombra. Inicialmente se va a obtener dicho tiempo para órbitas circulares (o de baja excentricidad), y con baja altura.

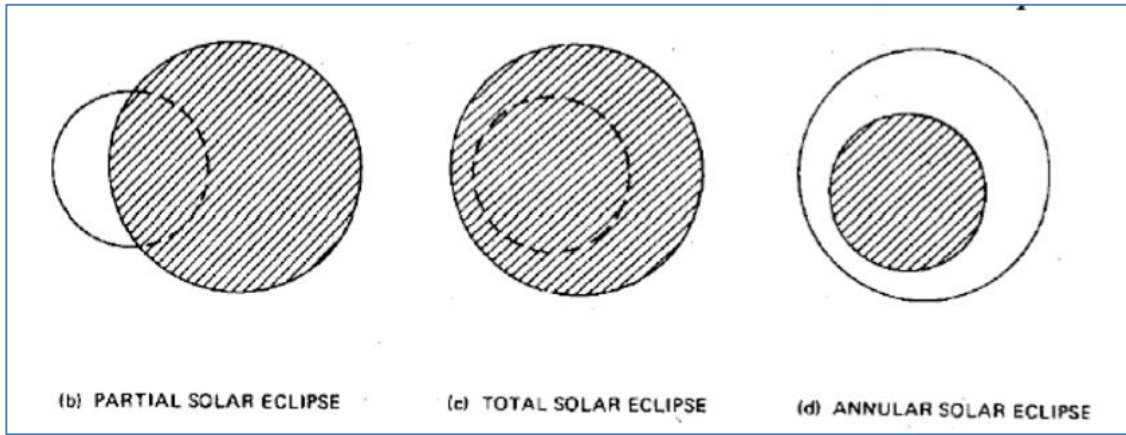


Figura 3.27: Tipos de eclipse en función de la posición relativa.

El hecho de considerar baja excentricidad y altura, permite realizar una serie de simplificaciones:

- La posición del Sol durante el eclipse puede considerarse constante, debido a que el tiempo de paso por las zonas de altura más baja es menor, al tener una velocidad mayor (2ª ley de Kepler).
- No se distingue entre zonas de penumbra y de sombra, la Tierra se encuentra a una distancia reducida y puede considerarse un eclipse causado por un único cilindro de sombra proyectado sobre el satélite.

Desde el punto de vista del satélite la Tierra se ve como un disco, e interesa calcular el ángulo Φ que abarca por revolución cubriendo el Sol, por tanto, conviene emplear un sistema de referencia ligado al propio satélite. Mediante el teorema del coseno de la trigonometría esférica se pueden relacionar el ángulo Φ buscado, con el ángulo β_s formado entre el plano de la órbita y la posición instantánea del Sol, y el parámetro ρ , conocido como radio angular terrestre.

En la Figura 3.28 se muestra el sistema de referencia elegido y el triángulo esférico que relaciona las variables mencionadas. Como se busca el tiempo de eclipse máximo interesa el momento en el que el Sol, la Tierra y el satélite se encuentran en el mismo plano, lo que equivale a $\beta_s = 0$. Aplicando las relaciones geométricas se obtiene:

$$\cos \rho = \cos \beta_s \cos \frac{\Phi}{2} + \sin \beta_s \sin \frac{\Phi}{2} \cos 90 \rightarrow \Phi = 2\rho \quad (3.41)$$

donde se define $\rho = \arcsin\left(\frac{R_E}{R_E + h}\right)$

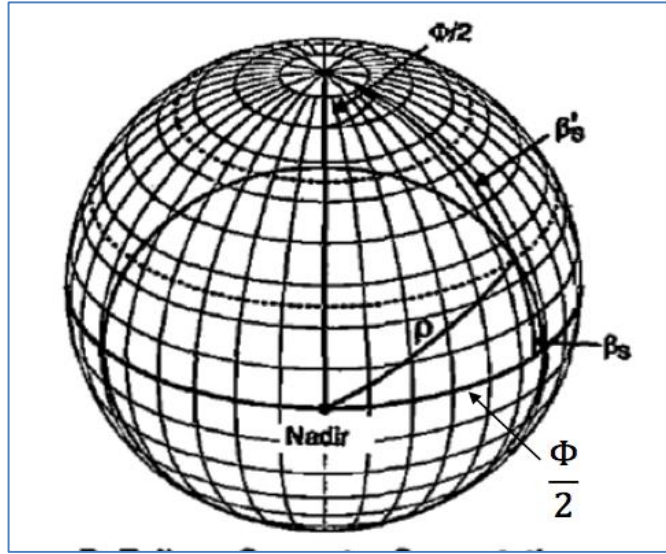


Figura 3.28: Sistema de referencia para el cálculo de eclipses [7].

Una vez se hallado el ángulo Φ , se conoce el porcentaje de revolución que el satélite está en eclipse, y por tanto, junto con el periodo T , el tiempo de eclipse buscado es conocido.

$$t_{max} = \frac{\Phi}{360} T \quad (3.42)$$

Este tiempo máximo se ha calculado en el caso concreto de órbitas circulares, si se deseara obtenerlo para órbitas elípticas el proceso sería más complejo. Sin embargo, por simplicidad, se extiende a órbitas con excentricidad conociendo el hecho de que el mayor tiempo se da en el perigeo, el punto de mayor cercanía entra la Tierra y el satélite. Se decide simplificar la zona del perigeo, empleando un arco de circunferencia centrado en el foco, de radio el de perigeo, de forma que el porcentaje $(\Phi/360)$ que abarca el eclipse es mayor que el real, siendo un resultado conservativo, al constituir una cota superior de tiempo que no se alcanzará.

Para concluir el apartado dedicado a eclipses solo comentar que se podría calcular el tiempo mínimo de eclipse de cada órbita de una forma similar, cuando el ángulo formado entre el Sol y el plano terrestre sea máximo, pero se ha reducido al tiempo máximo ya que constituye una de las principales limitaciones para subsistemas como el

de potencia. La referencia [9] incluye un desarrollo más amplio de la teoría de eclipses si se deseara consultarlo.

3.3.5. Cobertura de un satélite y visibilidad desde tierra

Se va a concluir la sección dedicada al análisis práctico de órbitas comentando la cobertura de un satélite a lo largo de su trayectoria y su visibilidad desde las estaciones situadas en la Tierra. Se entiende por cobertura la zona terrestre que los sensores situados en el satélite son capaces de captar en cada instante de su trayectoria. Por otro lado la visibilidad se encarga de determinar las condiciones para que sea posible detectar desde la superficie al satélite que se encuentra orbitando.

La finalidad de este apartado es la de presentar aquellas relaciones matemáticas que reflejan si un satélite cubre una zona o va a ser visible desde unas determinadas coordenadas terrestres en algún momento de su trayectoria. Este análisis proporciona información de gran relevancia si la misión que se está diseñando es de comunicaciones o de observación de la Tierra.

Cobertura de la Tierra

La cobertura de un satélite estudia el área de la Tierra que los sensores y antenas a bordo del satélite pueden abarcar en cada punto de su movimiento. La cobertura es un parámetro clave durante el proceso de determinadas misiones y puede llevar a rediseñar la órbita.

Existen diversos conceptos que es preciso describir para entender la cobertura. En primer lugar, el “*Field of view*” (o “*Footprint area*”), conocido como FOV, y corresponde con el área que un sensor, instrumento o antena ve en un instante, con una orientación dada. En segundo lugar, el *Área de acceso instantáneo*, o simplemente IAA, es el área total de la superficie que sería visible en cada instante teniendo en cuenta todas las orientaciones posibles del satélite. Para instrumentos omnidireccionales ambas magnitudes coincidirían, pero no es lo común.

Otro término empleado es el de *Swath*, que puede definirse como el área que se encuentra en torno a cada punto de la traza y que el satélite puede detectar. Esta magnitud se suele sustituir por el ángulo que abarca esta superficie desde el centro de la

Tierra, o la longitud del arco de circunferencia correspondiente, y se conoce como *anchura de Swath*.

Finalmente, existen dos variables que miden las variaciones de área terrestre visible desde el satélite conforme avanza en su trayectoria. Por un lado, la *Velocidad de área de acceso*, o AAR, es el ritmo al que las nuevas áreas pasan a formar parte del área de acceso. Por otro lado, la *Velocidad de área de cobertura*, comúnmente denominada ACR, mide la velocidad con la que las nuevas zonas entran dentro de los márgenes de las antenas o sensores. Al igual que sucedía entre el FOV y el IAA, la AAR y la ACR serán idénticas en el caso de instrumentos omnidireccionales. En la Figura 3.29 se muestran el IAA y el FOV de un satélite en una posición cualquiera.

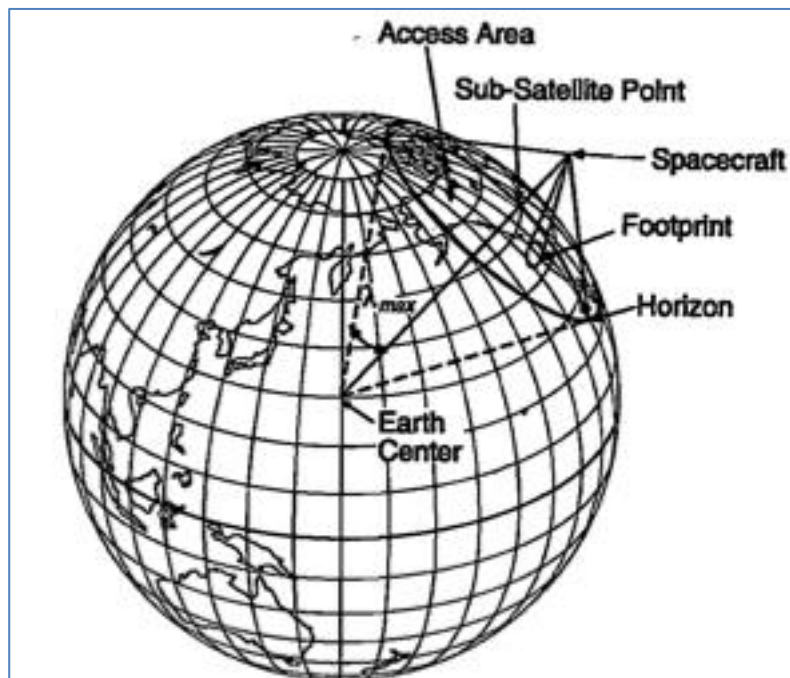


Figura 3.29: FOV y IAA del satélite [7].

Una vez que los conceptos relativos a la forma en que se mide la cobertura han sido aclarados, es posible comenzar con los desarrollos matemáticos pertinentes para su estimación. Para simplificar el proceso, se realizan una serie de hipótesis previas:

- La Tierra se considera perfectamente esférica sin tener en cuenta las posibles influencias del achatamiento por los polos.
- Se desprecia la rotación de la Tierra.

A continuación se van a definir las magnitudes angulares implicadas en la cobertura, y posteriormente en la visibilidad, y que relacionan el satélite, el objetivo y el centro de la Tierra. Para ello se parte de la Figura 3.30:

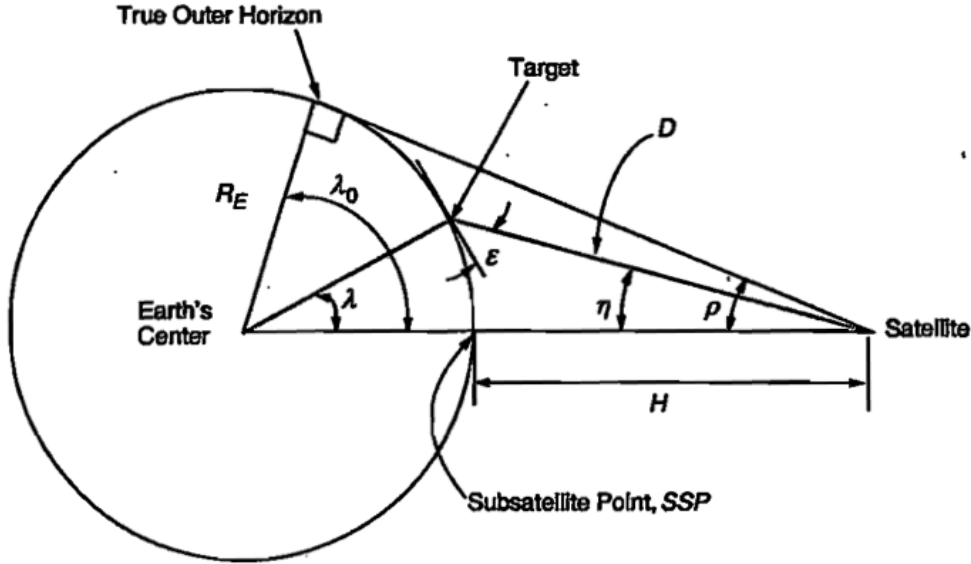


Figura 3.30: Relaciones entre el satélite, el objetivo y el centro de la Tierra [7].

El ángulo comprendido entre el punto subsatélite y la latitud del objetivo se denomina *nadir* η si se mide desde el satélite y *ángulo central terrestre* λ si se mide desde el centro de la Tierra. Por otra parte, el ángulo entre la horizontal local del objetivo y el satélite, medido desde el propio objetivo es la *elevación* ε . Finalmente, se define como *radio angular terrestre* ρ el ángulo entre el punto subsatélite y el horizonte geométrico medido desde el satélite, siendo el horizonte la latitud máxima a la que se podría acceder desde esa posición con un haz tangente a la Tierra. A partir de este momento, empleando las propiedades de los triángulos y las relaciones trigonométricas, se relacionan los ángulos ρ , λ , η y ε .

- Conocida la posición r en un instante, o lo que es lo mismo, la altura H , el ángulo ρ queda definido:

$$\sin \rho = \frac{R_E}{R_E + H} = \frac{R_E}{r} \quad (3.43)$$

donde R_E [km] es el radio terrestre, que se toma constante a lo largo de la superficie.

- Con el triángulo definido por el satélite, el objetivo y el centro de la Tierra, y sabiendo que la suma de sus ángulos es igual a 180 grados:

$$\eta + \varepsilon + \lambda = \frac{\pi}{2} \text{ rad} = 90^\circ \quad (3.44)$$

- Modificando las ecuaciones (3.40) y (3.41) se obtienen otras dos relaciones más:

$$\tan \eta = \frac{\sin \rho \sin \lambda}{1 - \sin \rho \cos \lambda} \quad (3.45)$$

$$\cos \varepsilon = \frac{\sin \eta}{\sin \rho} \quad (3.46)$$

Con las ecuaciones (3.43)-(3.46) se pueden determinar los 4 ángulos que definen el problema en cada instante. A partir de este momento es posible calcular aquellas variables representativas del problema de la cobertura que se definió al comienzo. Existe una variable cuyo valor mínimo limita la cobertura del instrumento, el ángulo de elevación ε_{min} . En el caso en el que sea nulo el cono de cobertura sería tangente a la Tierra, pero ese valor no resulta de utilidad, la experiencia ha determinado que las elevaciones mas convenientes se encuentran a partir de los 5 grados.

Con el ángulo ρ calculado en cada posición y ε_{min} definido, las expresiones (3.44) y (3.46) determinan los ángulos η_{max} y λ_{max} respectivamente:

$$\sin \eta_{max} = \cos \varepsilon_{min} \sin \rho \quad (3.47)$$

$$\lambda_{max} = \frac{\pi}{2} - \eta_{max} - \varepsilon_{min} \quad (3.48)$$

Cada uno de ellos corresponde su vez a la mitad del FOV_{max} y de la anchura de Swath.

$$FOV_{max} = 2\eta_{max} \quad (3.49)$$

$$S = 2\lambda_{max} \quad (3.50)$$

donde S es la anchura de Swath [rad] (multiplicando por el radio terrestre se obtendría en km) y FOV_{max} [rad] es el campo de visión máximo de ese sensor o antena.

Si se desea, también es posible el cálculo de D_{max} , la distancia máxima posible entre el satélite y zona cubierta, para una distancia mayor se trataría de un punto sin cobertura.

Las relaciones geométricas entre los ángulos límite ya calculados llevan a la siguiente expresión:

$$D_{max} \sin \eta_{max} = R_E \sin \lambda_{max} \rightarrow D_{max} = R_E \frac{\sin \lambda_{max}}{\sin \eta_{max}} \quad (3.51a)$$

Si se define un cono con vértice en el centro de la Tierra, y como semiángulo el valor máximo del ángulo central terrestre λ , su intersección con la superficie terrestre genera una circunferencia que delimita la zona que un instrumento podría cubrir si escaneara todo el rango de orientaciones, o lo que es lo mismo, su área de acceso IAA. La ecuación que se presenta a continuación relaciona el ángulo λ con un factor de proporcionalidad para hallar una aproximación del IAA.

$$IAA = K_A (1 - \cos \lambda_{max}) \quad (3.52)$$

donde $K_A = 255904187 \text{ km}^2$ es un factor de proporcionalidad que representa el área de la mitad de la superficie terrestre, suponiéndola esférica con radio medio igual a 6378.14 km.

También es posible relacionar el ángulo central, con el factor de área K_A y el periodo T con la siguiente ecuación para obtener la velocidad de área de acceso AAR:

$$AAR = (2K_A \sin \lambda) T^{-1} \quad (3.53)$$

Si se deseara conocer la procedencia de las ecuaciones (3.52) y (3.53), así como el proceso a seguir para su deducción y ampliar la información con los diversos casos particulares que podrían tener lugar en la práctica, se recomienda acudir a la referencia [7].

Para concluir, se van a dedicar las siguientes líneas a las figuras de mérito de la cobertura. Su función es la de medir la calidad de la cobertura, y servir como comparación entre varias órbitas. Las figuras de mérito son las siguientes:

- *Máxima interrupción*: representa el máximo periodo de tiempo que un punto permanece sin cobertura.
- *Porcentaje de cobertura*: es una relación entre el tiempo que un satélite cubre un punto y el tiempo total de estudio.

- *Interrupción media*: es una media de los tiempos que un lugar permanece sin cobertura.
- *Tiempo de interrupción en media temporal*: mide el tiempo medio en el que un punto no tiene cobertura.
- *Tiempo medio de respuesta*: es el tiempo medio que transcurre desde que se solicitan datos al satélite hasta que se reciben.

Existen métodos matemáticos para calcular cada uno de los indicadores anteriores que deberán ser empleados en etapas más avanzadas del proceso de diseño, pero en este nivel se definen de forma cualitativa a modo informativo.

Visibilidad desde tierra

Mientras que determinar la cobertura consistía en estudiar qué área de la Tierra sería abordado por el satélite a su paso, el análisis de la visibilidad es el complementario, dada una estación sobre la superficie se comprobará si podrá ver el satélite o no.

El punto de partida por tanto son las coordenadas, en latitud y longitud, de la estación (lat_{tg} y $long_{tg}$). Además es necesario conocer una medida de la posición relativa entre la Tierra y el satélite, la longitud a la que se encuentra el nodo ascendente de la órbita ($long_{node}$). Los datos del problema se relacionan con el ángulo central terrestre λ mínimo de la siguiente forma:

$$\sin \lambda_{min} = \sin lat_{pole} \sin lat_{tg} + \cos lat_{pole} \cos lat_{tg} \cos(long_{pole} - long_{tg}) \quad (3.54a)$$

$$\text{con } lat_{pole} = \frac{\pi}{2} - i \text{ y } long_{pole} = long_{node} - \frac{\pi}{2}$$

donde lat_{pole} [rad] y $long_{pole}$ [rad] son respectivamente la latitud y la longitud del polo orbital.

Una vez calculado el mínimo valor de λ se pueden obtener fácilmente los ángulos de nadir mínimo η_{min} y de elevación máxima ε_{max} . Las ecuaciones (3.44) y (3.45) conducen a:

$$\tan \eta_{min} = \frac{\sin \rho \sin \lambda_{min}}{1 - \sin \rho \cos \lambda_{min}} \quad (3.55)$$

$$\varepsilon_{max} = \frac{\pi}{2} - \eta_{min} - \lambda_{min} \quad (3.56)$$

Obtenidos los ángulos que definen el problema, uno de los parámetros que se pueden calcular con facilidad es la mínima distancia de la estación a la que pasa el satélite D_{min} , para ello se recurre al mismo proceso seguido en la relación (3.51a):

$$D_{min} = R_E \frac{\sin \lambda_{min}}{\sin \eta_{min}} \quad (3.51b)$$

En la Figura 3.31 se muestran todas las variables geométricas involucradas en el problema de visibilidad del satélite.

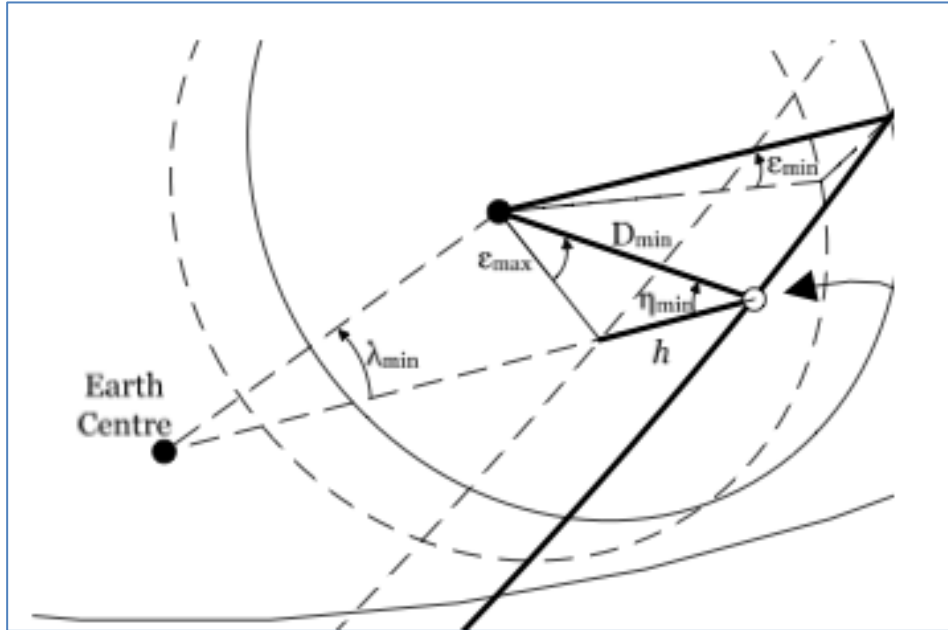


Figura 3.31: Geometría del problema de visibilidad desde tierra [7].

Otra variable que puede ser de interés desde el punto de vista de la visibilidad es el cálculo del tiempo en un periodo que la estación en tierra ve el satélite. Dicha variable se determina como sigue:

$$t = \frac{T}{\pi} \arccos \frac{\cos \lambda_{max}}{\cos \lambda_{min}} \quad (3.57)$$

donde t [s] es el tiempo de visibilidad del satélite por revolución y T [s] el periodo de la órbita.

Finalmente, para concluir el estudio de la visibilidad, existe un caso particular que merece ser mencionado, puesto que se simplifica el cálculo de las variables

involucradas, y consiste en que el satélite pase por la vertical de la estación. La condición que se impone es un ángulo central mínimo $\lambda_{min}=0$, tras lo cual la ecuación (3.54a) se simplifica.

$$\sin(long_{tg} - long_{node}) = \tan lat_{tg} \cot i \quad (3.54b)$$

A partir de los datos iniciales del problema, resulta conveniente imponer la ligadura (3.54b) directamente, puesto que si se cumple implica su paso directo sobre el objetivo y reduce los cálculos necesarios a:

- Elevación ε máxima de 90 grados.
- Ángulo de nadir η mínimo de 0 grados.
- Se impuso ya un ángulo central mínimo λ nulo.
- La mínima distancia D es la altura de la órbita en ese punto.
- El tiempo de visibilidad es $t=\lambda_{max}T/\pi$.

Conclusiones sobre cobertura y visibilidad

A lo largo de este quinto y último apartado se han tratado los conceptos de visibilidad de un satélite y cobertura de la superficie terrestre. Se ha realizado este estudio por la importancia que tiene en las misiones de comunicaciones y observación de la Tierra. Como ya se ha indicado, para el cálculo de las variables definitorias fue necesario realizar previamente algunas simplificaciones para que el proceso de calculo no fuera muy costoso. En etapas posteriores de desarrollo en las que el nivel de precisión debe ser mayor se realizan simulaciones por ordenador. Dichas simulaciones servirán para descartar órbitas o dimensionar los sensores.

3.4 MODULO DE CÁLCULO ORBITAL

Las secciones previas se han centrado en la exposición y aclaración de todos los conceptos físicos y herramientas matemáticas necesarios para el desarrollo de un software de cálculo de órbitas, destinado al diseño preliminar de misiones espaciales en una instalación de diseño concurrente.

A lo largo de esta cuarta sección se explica la estructura del módulo, para lo cual se ha tomado como referencia en diversos aspectos el software proporcionado por la ESA. Se comentan las funciones adicionales incorporadas con respecto a dicho programa. Los aspectos más relevantes del módulo son:

- Elección de una órbita y representaciones de la misma.
- Definición de órbita de aparcamiento y transferencia a la órbita definitiva.
- Análisis práctico: cálculo de tiempos de eclipse, parámetros de cobertura y visibilidad, perturbaciones de los parámetros a lo largo del tiempo.

3.4.1. Selector de órbitas

Para comenzar con el programa, la primera funcionalidad en la que se piensa es aquella dedicada a la elección de la órbita con la que se va a trabajar. Todos los cálculos que se realicen a posteriori necesitan obligatoriamente haber definido la trayectoria que sigue el satélite. Para ello, en el caso más general se ha decidido incluir las dos posibilidades disponibles de las que se habló en el apartado 3.2.2:

- Una primera más intuitiva basada en los elementos clásicos de la órbita (semieje mayor, excentricidad, inclinación, RAAN, argumento del perigeo y tiempo de paso por el perigeo). Una vez se definen los valores requeridos, el programa debe de ser capaz de determinar la posición y velocidad en un instante inicial de referencia, además de su propagación a lo largo del tiempo.
- La segunda posibilidad es la complementaria, y consiste en la definición de los vectores de posición y velocidad en un instante inicial (tras el proceso de lanzamiento por ejemplo) y analizar la órbita que describe el satélite en función de los elementos clásicos.

Una vez se hayan fijado los parámetros, se ha optado por incluir un módulo de representación de la órbita, tanto en el espacio como en el plano terrestre. A modo de

ejemplo, en las Figuras 3.32 y 3.33 se muestran los resultados tras definir una órbita cualquiera ($a = 18000\text{km}$, $e = 0.15$, $i = 30^\circ$, $\Omega = 20^\circ$, $\omega = 10^\circ$ y $\tau = 0\text{s}$).

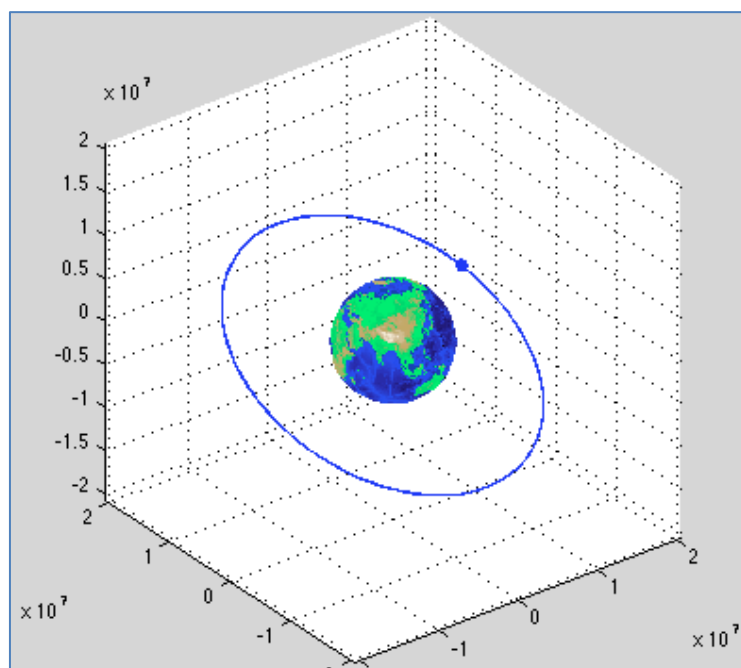


Figura 3.32: Ejemplo representación tridimensional órbita.

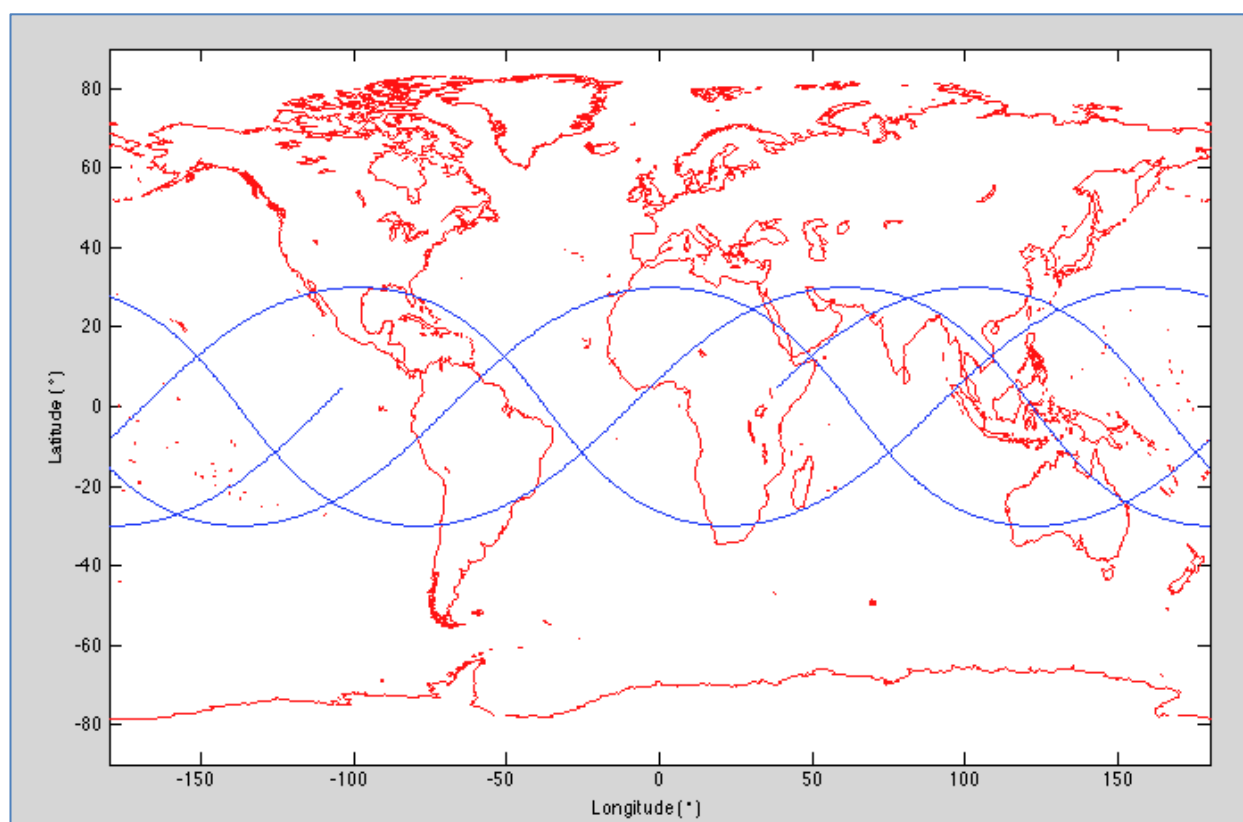


Figura 3.33: Ejemplo representación traza.

La representación en 3D de la figura 3.32 tiene un propósito meramente ilustrativo, con la finalidad de poder comprobar fácilmente si se ha definido satisfactoriamente la trayectoria deseada. Por otro lado, en la Figura 3.33 se representa la traza de la órbita sobre el planisferio terrestre según la teoría desarrollada en el apartado 3.3.2. En ella se pueden visualizar las zonas que cubrirá el satélite a lo largo de un número de revoluciones fijado previamente.

Tras el caso general, hay ciertas clases de órbitas que se emplean con mayor frecuencia, de las que se habló en el apartado 3.3.1, por lo que resulta de utilidad que el programa disponga de los datos y ligaduras que las definen. De esta forma si se desea una órbita geoestacionaria o una órbita heliosíncrona se pueden seleccionar automáticamente sin necesidad de introducir manualmente sus características. En la Figura 3.34 se muestra el método de selección desarrollado.

1) Choose the type of orbit

GENERIC

Ground Track YES

k orbit

k Earth

Calculate

a (km)

Heliosíncrona YES

e

a (km)

Calculate

i (deg)

Figura 3.34: Selector de órbitas particulares.

Se ha incluido un selector inicial que comprende las órbitas GEO, Molniya, circulares y genérica (en la que se introducen manualmente los 6 parámetros). De forma adicional, para el caso de las órbitas más generales y las circulares se permite además imponer las ligaduras características de las trayectorias heliosíncronas y repeating ground track, que

como ya se indicó en el apartado correspondiente no son excluyentes, pudiéndose definir si se desea una órbita circular, SS y RG.

Con respecto al software proporcionado por la ESA se han incluido las funciones descritas de representación, así como la posibilidad de definir una órbita desde una posición inicial. Por otro lado, el método de elección de órbitas se ha modificado, incluyendo las órbitas Molniya y permitiendo la combinación de las órbitas SS y RG.

3.4.2. Módulo de transferencias

Una vez se conoce la órbita de trabajo, las preguntas que surgen son: ¿cómo llegar a ella? ¿qué impulsos serán necesarios? ¿es necesaria una órbita de aparcamiento previa o se alcanzará directamente? El módulo dedicado a las transferencias se centra en el cálculo de los impulsos para transferir el satélite desde una órbita de aparcamiento donde lo inyecta el lanzador hasta la órbita final. Para ello se han aplicado todos los conceptos y relaciones del apartado 3.3.3. A modo de ejemplo, en la Figura 3.35 se muestran las opciones posibles si se desea transferir un satélite desde una órbita de aparcamiento circular con $i = 50^\circ$ y $a = 7500$ km a la definida en el apartado anterior.

The screenshot shows the 'TRANSFER' module interface. It is divided into several sections for input, calculation, and results.

Input Section:

- Parking Orbit:** e = 0, a (km) = 7500, i (deg) = 50.
- Final Orbit:** e = 0.15, a (km) = 18000, i (deg) = 30.
- Transfer Method:** Hoffman (selected from a dropdown menu).
- Hoffman Parameters:** Apogee = 20, Perigee = 80 (both as % of DI).

Calculation Section: A large 'CALCULATE' button is present.

Results Section (Four Columns):

- HOFFMAN:**
 - Show Orbit button
 - e = 0.468085
 - dva (km/s) = 1.54293
 - dvb (km/s) = 0.845291
 - dv (km/s) = 2.38822
 - time (h) = 2.31423
- QUICK TRANSFER:**
 - Show Orbit button
 - Show Dv vs Time button
 - e = 0.758085
 - dva (km/s) = 2.37607
 - dvb (km/s) = 3.28308
 - dv (km/s) = 5.65916
 - time (h) = 0.896915
- SEGMENTED HOFF:**
 - Dv_max (m/s) = 50
 - Show Orbit button
 - Impulses Dv max = 30
 - dva (km/s) = 0.0429338
 - dvb (km/s) = 0.845291
 - dv (km/s) = 2.38822
 - time (days) = 3.5969
 - Dva, Dvb last orbit
- SPIRAL:**
 - dv (km/s) = 3.24448
 - INCLINATION CHANGE:**
 - First, complete the panel at the top of this page. Then click the button.
 - Calculate button
 - dva (km/s) = 2.71473
 - dvb (km/s) = 0.881815
 - dv (km/s) = 3.59654

Figura 3.35: Módulo de transferencias.

Definidas las órbitas inicial y final queda valorar qué tipo de transferencia orbital conlleva un menor impulso, o si el tiempo es un inconveniente buscar alternativas que lo reduzcan. En lo sucesivo se van a comentar las diferentes opciones que se ha decidido incluir para encarar esta tarea. La primera opción que debe incluirse es la transferencia de mayor eficiencia, la *órbita de Hohmann*, que a su vez permite dos alternativas:

- Una transferencia coplanaria clásica entre las órbitas inicial y final, pudiéndose imponer un cambio de inclinación independiente si es necesario.
- Una maniobra combinada, en la que definida la órbita elíptica de Hohmann permite imponer variaciones de inclinación en el apogeo, el perigeo o un reparto entre ambos.

Tras valorar la opción de máxima eficiencia es posible que se desee disminuir el tiempo empleado en la maniobra, para lo cual se ha decidido incluir trayectorias de transferencia elípticas de menor duración. Partiendo de la órbita de Hohmann se realiza un barrido de órbitas elípticas con excentricidades en aumento, con el fin de analizar el tiempo de transferencia en función de los impulsos necesarios. El programa permite graficar los impulsos necesarios en función del tiempo de transferencia, como se representa en la Figura 3.36. De esta forma se puede visualizar fácilmente el incremento de velocidad (y por tanto de propulsante) si se desea una transferencia más rápida.

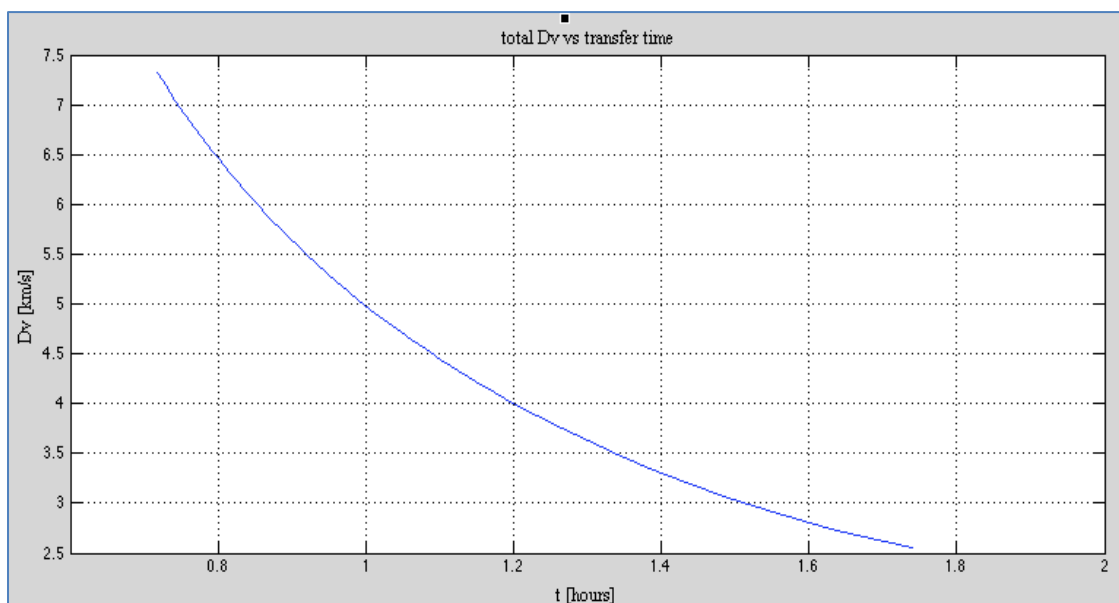


Figura 3.36: Representación del incremento de velocidad Δv [km/s] de una transferencia orbital en función del tiempo t [h] que requiere.

La siguiente aplicación disponible corresponde a la situación de motores con empujes limitados. Definiendo previamente el máximo impulso que es capaz de proporcionar el sistema de propulsión, se ha implementado la maniobra de Hohmann segmentada, de forma que el programa obtiene el número de órbitas intermedias y el tiempo total de viaje que se precisan para alcanzar la trayectoria final.

De forma adicional se ha incorporado la posibilidad de representación de las órbitas de transferencia en los diferentes casos. En la Figura 3.37 se muestra una representación conjunta de una maniobra segmentada y un barrido de órbitas de mayor rapidez que la de Hohmann. En el siguiente ejemplo se realizan las transferencias entre una órbita de aparcamiento circular de radio $R = 7500$ km y una elíptica con $e = 0.15$ y $a = 18000$ km.

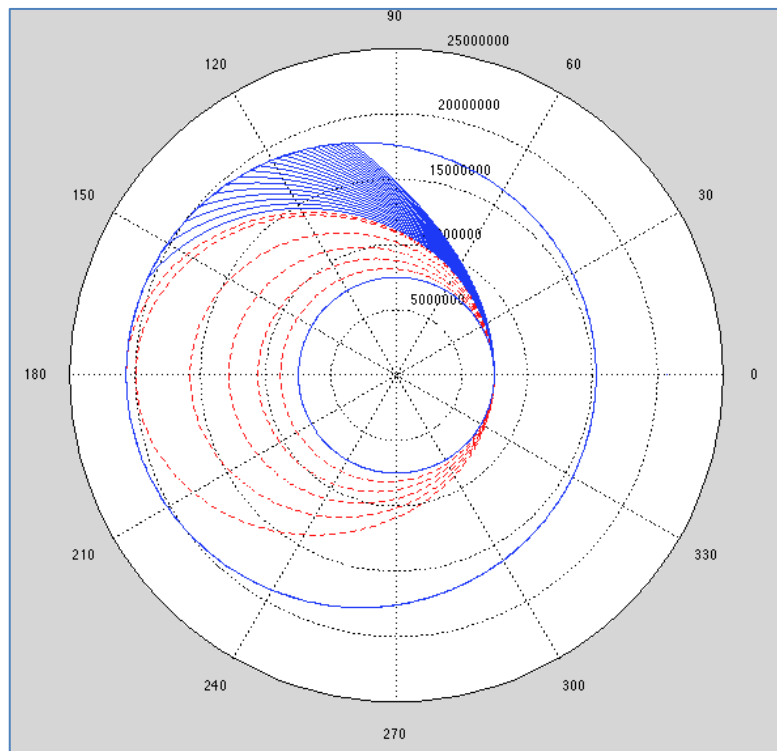


Figura 3.37: Órbita de Hohmann segmentada (línea discontinua) y barrido de transferencias de menor duración que la transferencia clásica de Hohmann (líneas continuas).

Para concluir, con el fin de reducir la saturación del entorno espacial y las zonas más solicitadas, es necesario retirar de su órbita los satélites una vez que la misión finaliza. La aplicación permite definir una “órbita cementerio” a la que transferirlo tras vida útil, calculando el impulso necesario, y así poder estimar el propulsante que debe reservarse para la labor.

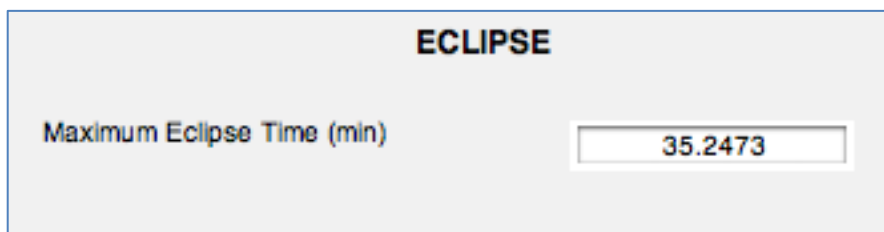
Como funciones adicionales a la aplicación de la ESA se han incorporado las maniobras destinadas a motores de empuje limitado y las herramientas para el estudio de transferencias que buscan reducir el tiempo de cambio de órbita, junto con la posibilidad de representación de todos los casos. La finalidad de estos aportes es la de poder tratar el máximo número de opciones posibles, así como visualizarlas si se desea.

3.4.3. Análisis orbital

Una vez que se ha definido la órbita del satélite, hay diferentes herramientas para analizar sus características: tiempos máximos de eclipse, cobertura de la Tierra, visibilidad de objetivos, y perturbaciones, con las correspondientes correcciones de los parámetros. Todos los datos resultantes de las funciones descritas a continuación serán de utilidad para los módulos de potencia, comunicaciones, control térmico y propulsión entre otros.

Tiempo de eclipse

En sistemas con paneles solares como fuente de potencia primaria es importante conocer los tiempos que el satélite pasa a la sombra, para así dimensionar determinados elementos como son las baterías. La función de cálculo del tiempo máximo de eclipse es sencilla, a partir de la teoría desarrollada en el apartado 3.3.4, y dada una geometría orbital el programa determina su valor. En la Figura 3.38 se muestra el ejemplo de una órbita circular de radio $R = 7100$ km.



The image shows a software interface window titled "ECLIPSE". Inside the window, there is a label "Maximum Eclipse Time (min)" and a text input field containing the value "35.2473".

Figura 3.38: Módulo de cálculo de tiempo máximo de eclipse.

Cobertura de la Tierra

Para misiones de observación de la Tierra puede resultar de interés conocer que superficie abarcan los sensores del satélite en función de la altura a la que se encuentre. La función dedicada a la cobertura de la superficie terrestre aplica todos los conceptos y

herramientas matemáticas desarrollados en el apartado 3.3.5. A partir de la altura instantánea del satélite, y la elevación mínima característica de cada instrumento, antena o sensor, el programa determina directamente variables como el ancho de Swath o el FOV. En la Figura 3.39 se muestra el ejemplo del cálculo de cobertura desde una altura de 700 km con un sensor cuyo parámetro de elevación mínima es de 5°.

The screenshot shows a software interface titled "COVERAGE". It has two main input sections: "Orbit" and "Insert Data".

Orbit Section:

- I (deg): 32
- T (min): 99.231

Insert Data Section:

- Minimum Elevation (deg): 5
- Height (km): 700

A large "CALCULATE" button is centered below the input fields.

Output Results:

Swath width (deg)	42.2923	Earth angular radius (deg)	64.3033
Swath width (km)	4707.85	Earth central angle at horizon (deg)	25.6967
Maximum FOV (deg)	127.708	Range to horizon (km)	3069.07
Slant range to edge of swath (km)	2563.13	Maximum nadir angle (deg)	63.8539
Instantaneous Access Area (km ²)	1.72115e+07	Maximum Earth central angle (deg)	21.1461
Area Access Rate (km ² /s)	30974.4		

Figura 3.39: Módulo de cálculo de cobertura.

Visibilidad de objetivos

De forma complementaria a la cobertura, en ciertas misiones de observación o vigilancia es posible que interese conocer si un objetivo entrará dentro de los márgenes de antenas y sensores. La función del cálculo de visibilidad permite que dadas unas determinadas coordenadas terrestres se obtengan variables significativas como el tiempo que dicho punto permanece visible desde un satélite a una determinada altura.

En la Figura 3.40 se muestra el ejemplo del cálculo de la visibilidad de un objetivo de latitud 22° y longitud 200° si se mide de 0 a 360° (o - 160° al convertir al intervalo entre - 180 y 180°)

VISIBILITY			
Orbit		Insert Data	
I (deg)	<input type="text" value="32"/>	Minimum Elevation (deg)	<input type="text" value="5"/>
T (min)	<input type="text" value="99.231"/>	Height (km)	<input type="text" value="700"/>
		Long target (deg)	<input type="text" value="200"/>
		Lat target (deg)	<input type="text" value="22"/>
		Long Nodo Ascendente (deg)	<input type="text" value="190"/>
CALCULATE			
ON CURRENT PASS			
Minimum Earth central angle (deg)	<input type="text" value="13.4364"/>	Maximum angular rate (deg)	<input type="text" value="14.922"/>
Minimum nadir angle (deg)	<input type="text" value="59.4543"/>	Azimuth range (deg)	<input type="text" value="103.71"/>
Maximum elevation angle (deg)	<input type="text" value="17.1094"/>	Time in view (min)	<input type="text" value="9.08612"/>
Minimum distance to target (km)	<input type="text" value="1720.84"/>	Earth angular radius (deg)	<input type="text" value="64.3033"/>

Figura 3.40: Módulo de cálculo de visibilidad.

Perturbaciones y correcciones

Hasta el momento las órbitas se han definido de forma ideal, suponiendo únicamente la presencia de la Tierra y el satélite como cuerpos perfectos y uniformes. La función del cálculo de perturbaciones surge de la necesidad de conocer cómo se desviarán los parámetros que definen la órbita con respecto de los valores nominales. El software incluye todos los cálculos expuestos en el apartado 3.2.3. En la Figura 3.41 se muestra un ejemplo de las variaciones periódicas que tendrán lugar (ejemplo con órbita $a=15000$ km, $e = 0.2$, $i = 20^\circ$, $\Omega = 30^\circ$, $\omega = 10^\circ$, $\tau = 0s$)

En el lado derecho se pueden observar las variaciones en un periodo de tiempo de la excentricidad, el semieje mayor, el argumento del perigeo y el RAAN. Sin embargo, la variación de la inclinación es un parámetro cuyas desviaciones son muy complejas de estimar como ya se vio, por tanto se permite incluir manualmente un valor aproximado.

Posteriormente es posible incluir las desviaciones máximas que se permiten con respecto a los valores nominales y un tiempo de duración de la misión, con lo que el programa calcula los impulsos necesarios para realizar correcciones y la frecuencia con la que se deben hacer. Estos datos son de importancia a la hora de dimensionar los sistemas propulsivos del satélite.

MAINTENANCE

Mission duration (years)

De (1/year)

Da (km/year)

Di (deg/year) Insert

Dw (deg/day)

Omega (deg/day)

CALCULATE

	a	e	i	w	omega
Desviation_parameter (km and deg)	<input style="width: 50px;" type="text" value="100"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="0.02"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="0.5"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="20"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="20"/>
Dv (km/s)	<input style="width: 50px;" type="text" value="0"/>		<input style="width: 50px;" type="text" value="0.104696"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="0.804737"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="1.14807"/>
Frecuency (once every X days)	<input style="width: 50px;" type="text" value="0"/>		<input style="width: 50px;" type="text" value="365"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="28.6827"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="41.2312"/>
Dv X times during the mission	<input style="width: 50px;" type="text" value="0"/>		<input style="width: 50px;" type="text" value="10"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="127"/>	<input style="width: 50px;" type="text" value="88"/>

Figura 3.41: Módulo de cálculo de perturbaciones y correcciones.

3.4.4. Ideas generales

En la presente sección se han comentado las diferentes funciones implementadas en el módulo de cálculo orbital, así como la finalidad de cada una. Durante los diferentes apartados se ha ilustrado con ejemplos su funcionamiento y la finalidad por la que se decidió incluir. Concluido el programa de cálculo, es posible su uso en una sala de diseño concurrente, en la cual a partir de un reducido conjunto de datos como son la duración de la misión o las características másicas del satélite, se podrían proporcionar numerosas variables como los incrementos de velocidad de las maniobras, los tiempos de eclipse o la geometría de la órbita más adecuada para la misión.

3.5 CASOS DE ESTUDIO

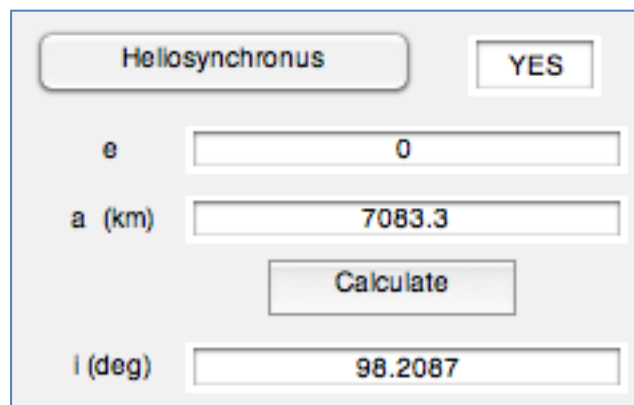
Una vez han sido comentadas las funciones que el módulo de cálculo orbital es capaz de realizar, en esta quinta y última sección el software es sometido a prueba. Para ello se llevan a cabo una serie de casos particulares tomando como referencia datos de diversas publicaciones especializadas. De esta forma se estima el error relativo cometido por el programa y se determina el nivel de precisión del mismo.

3.5.1 Aqua's SS-O [12]

Como primer ejemplo se van a estudiar las características de la órbita heliosíncrona del satélite Aqua, en concreto el cálculo de su inclinación una vez conocida la geometría. Los principales datos que definen la trayectoria son [12]:

- Excentricidad $e = 0$.
- Altura $h = 705.3$ km, semieje mayor $a = 7083.3$ km.
- Inclinación $i = 98.2$ grados.

Los tres valores anteriores resultan de imponer la ligadura de las órbitas SS (3.23b). A continuación se pretende comprobar la función de cálculo de inclinación de órbitas heliosíncronas del programa. Para ello se introducen los valores de excentricidad y semieje mayor del satélite Aqua obteniéndose una inclinación $i = 98.2087$ grados, como se muestra en la Figura 3.42. Como se puede comprobar, el error cometido es mucho menor del 1 %.



The image shows a software window with a light gray background. At the top left is a button labeled "Heliosynchronous". To its right is a button labeled "YES". Below these are two input fields: the first is labeled "e" and contains the value "0"; the second is labeled "a (km)" and contains the value "7083.3". Below the "a (km)" field is a button labeled "Calculate". At the bottom is an output field labeled "i (deg)" which contains the value "98.2087".

Figura 3.42: Cálculo inclinación satélite Aqua.

3.5.2 Tiempo de eclipse máximo del satélite SpaceChip [14]

En este segundo caso se comprueba la precisión del cálculo de tiempos de eclipse. Para ello se toma como referencia el dimensionado preliminar del subsistema de potencia de un satélite de tamaño muy reducido, el SpaceChip. En la Figura 3.43 se muestran las diferentes variables que influyen en el sistema eléctrico, de las cuales en este ejemplo interesa el tiempo de eclipse máximo $T_e = 35.7$ minutos.

Parameter	Assumed value [50]	Result	Equation
h	500 km		
R_{\oplus}	6378 km		
a	6878 km		$a = h + R_{\oplus}$
μ_{\oplus}	$3.986 \times 10^5 \text{ km}^3 \cdot \text{s}^{-2}$		
P		94.6 min	(1)
ρ		68 deg (1.187 rad)	(2)
T_e		35.7 min	(3)
T_s		58.9 min	$T_s = P - T_e$
P_e	100 μW		
w		214 mWs or mJ	$w = P_e T_e$
v	2.5 V		
C		68.5 mF	(4)
P_s	1.14 mW		
X_s	0.85		
P_e	0		
P_{sa}		1.34 mW	(5)
θ	45 deg		
G_s	$1326 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$		
η	1%		
I_d	100%		
P_{BOL}		$9.4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$	(6)
A_{sa}		$11.9 \times 11.9 \text{ mm}$	$A_{sa} = P_{sa} / P_{\text{BOL}}$

Figura 3.43: Variables dimensionado subsistema de potencia [14]

En el programa, el tiempo máximo de eclipse puede calcularse conociendo exclusivamente la geometría de la órbita, en este caso circular de altura $h = 500$ km o radio $a = 6878$ km. Introduciendo en el módulo los parámetros anteriores se obtiene un tiempo de eclipse $T_e = 35.7526$ minutos, resultando un error relativo del 0.1 %.

ECLIPSE

Maximum Eclipse Time (min) 35.7526

Figura 3.44: Cálculo tiempo de eclipse satélite SpaceChip

3.5.3 Representación RSTO [13]

Para el tercer ejemplo se va a poner a prueba la función de representación de las trazas orbitales del módulo. Para ello se emplean las órbitas RSTO (*Repeated Shadow Track Orbits*) en las que se busca que la sombra del satélite sobre la superficie terrestre vaya pasando por las mismas zonas cada un número concreto de revoluciones. La órbita del ejemplo presenta las siguientes características:

- Semieje mayor $a = 9761.798$ km, como resultado de imponer que la traza debe repetirse cada 9 revoluciones.
- Excentricidad $e = 0.01$.
- Inclinação $i = 116.017$ grados.
- Ascensión del nodo $\Omega = 120$ grados.
- Argumento del perigeo $\omega = 30$ grados.
- Anomalía verdadera inicial $\nu = 0$ grados.

En la Figura 3.45 se muestra la traza extraída de la referencia [13], mientras que en la Figura 3.46 se representa la misma órbita mediante el software desarrollado. Se puede comprobar a simple vista que ambas trazas son prácticamente idénticas.

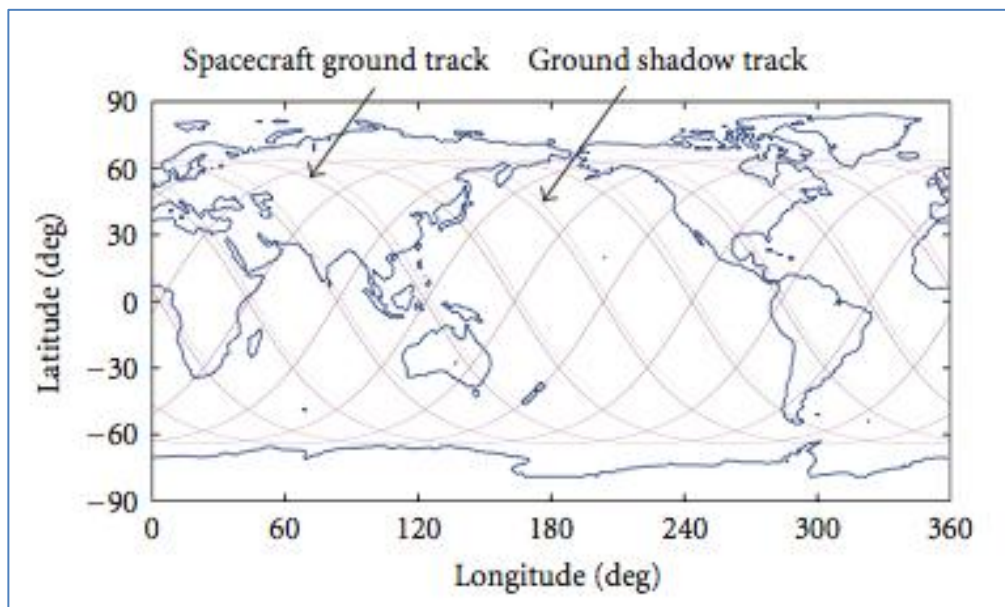


Figura 3.45: Traza RSTO [13]

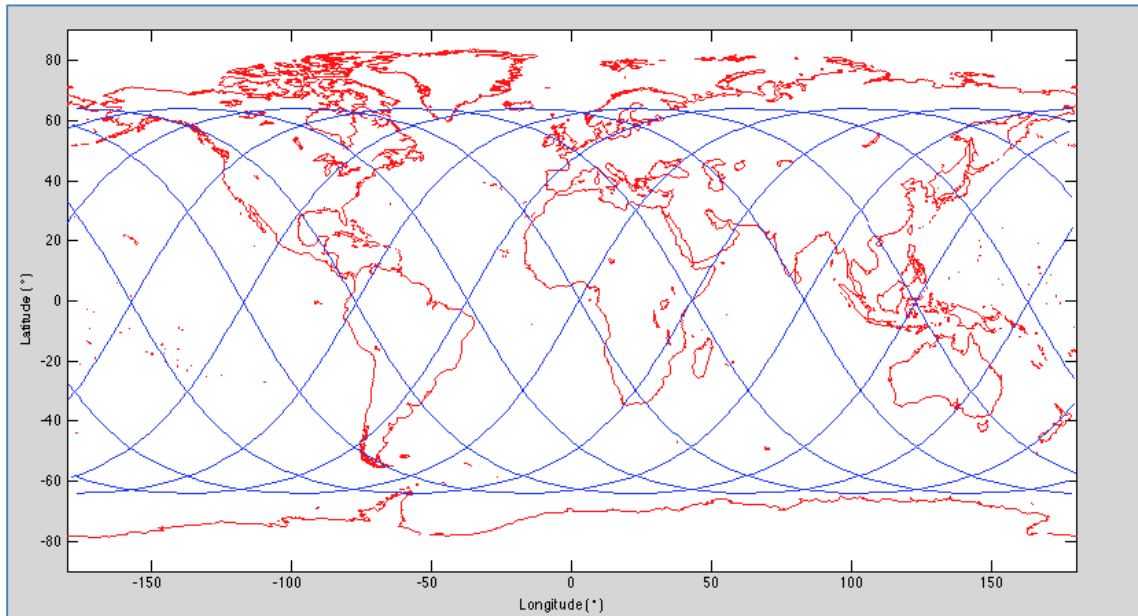


Figura 3.46: Representación traza RTSO mediante el programa

3.5.4 Mantenimiento de geometría en órbitas LEO [11]

Como cuarto caso, se analiza una órbita LEO en la que disminuye periódicamente su semieje mayor a por los efectos de fricción de la atmósfera. Se concluye obteniendo el impulso necesario para que mantenga su geometría. En la referencia [11] se estudia el satélite SAT 900. La órbita queda definida por los siguientes parámetros:

- Excentricidad $e = 0$.
- Altura $h = 900$ km, semieje mayor $a = 7278$ km.

A esa altura la fuerza media de resistencia ejercida por la atmósfera es $D = 105 \mu\text{N}$, o en forma de coeficiente adimensional, $C_D = 272.45$. Por otro lado, la masa del satélite es de 900 kg y el área perpendicular al movimiento es $A = 5.06 \text{ m}^2$. De esta forma el coeficiente balístico B queda determinado, $B = M / (A * C_D) = 0.6525 \text{ kg/m}^2$. Dados todos los datos de la órbita y el satélite, se determina que el semieje mayor experimenta una variación de 35 km cada 5 años (Figura 3.47). Si se introducen los parámetros en el módulo de cálculo, el resultado obtenido es una variación de 7.2428 km anuales o 36.2142 km en una misión de 5 años. Entre ambos resultados existe un error relativo menor del 3.5% , aceptable teniendo en cuenta los complejos modelos que rigen estas variaciones.

Conocida la evolución de la geometría el siguiente paso es la estimación del impulso necesario para corregir las variaciones. En la figura 3.47 se muestran las pérdidas de altitud en cada revolución, así como de forma global en toda la misión, y el incremento de velocidad total necesario en las maniobras de corrección (18.5 m/s).

Average drag acceleration:	- $1.16 \cdot 10^{-7}$ m/s ²
Altitude loss per orbit:	1.365 m
Altitude loss in 5 years:	35 km
Total ΔV to compensate for altitude loss:	18.5 m/s
Thrust-on time:	5 s
Time between firings:	173 s
Total thrusting time:	1154 h
Propellant consumption (per thruster):	40 g

Figura 3.47: Variaciones de altitud y correcciones [11]

En la Figura 3.48 se muestran los cálculos de mantenimiento realizados por el programa, obteniéndose que se necesitan 912 impulsos de 2.0174×10^{-5} km/s a lo largo de los 5 años de misión. Esto equivale a un impulso total de 18.4 m/s, con un error relativo del 0.5 % respecto al de la referencia.

	a	e
Desviation_parameter (km and deg)	0.01984	0
Dv (km/s)	2.0174e-05	
Frecuency (once every X days)	1.99965	
Dv X times during the mission	912	

Figura 3.48: Cálculo del mantenimiento con el módulo

3.5.5 Características de órbitas GEO [10]

En último lugar se estudian las características más representativas de una órbita geoestacionaria, una órbita que como se comentó era única, de ahí que sea importante una correcta definición. Al analizar la órbita en el módulo de cálculo se obtienen resultados característicos como un tiempo máximo de eclipse de 69.4124 minutos, una velocidad alrededor de la Tierra de 3.07466 km/s y un periodo de 23.9344 horas. Todos los resultados pueden ser comparados con los comentados en la referencia [10].

4. CONCLUSIONES

En primer lugar, debido al proceso de monitorización de la batería de la empresa Saft que irá a bordo del satélite UPMSat-2, se ha adquirido un conocimiento básico del subsistema de potencia dentro del mismo. Al tratarse de un satélite que funciona con energía solar como fuente de potencia primaria, el uso de baterías como fuente alternativa queda justificado en los periodos en los que los paneles fotovoltaicos no producen energía eléctrica. Por otro lado, debido al continuo seguimiento de la evolución de la batería, se ha comprendido la necesidad de controlar que su tensión se mantiene en los intervalos adecuados para que presente un comportamiento favorable durante el tiempo estimado de misión.

Otra competencia importante adquirida en el transcurso de las prácticas es la capacidad de realizar tareas en un entorno controlado, en el que se busca evitar la contaminación de los componentes eléctricos delicados, como es la sala limpia, siguiendo su protocolo de uso. Se han incluido en la sección 2.3 las características más generales de una sala limpia, así como su clasificación en función de las restricciones que impone y en concreto el funcionamiento de la presente en el Instituto IDR/UPM, en la cual se ha trabajado.

Por otro lado, el desarrollo de un módulo de cálculo para una CDF, ha permitido adquirir una nueva visión de cómo enfocar la ingeniería. El diseño concurrente ha sido un avance importante a la hora de comenzar a trabajar en una misión espacial, ya que fomenta la colaboración y la comunicación constante entre expertos en las diferentes áreas de ingeniería para lograr un objetivo común. Para comprender mejor esta filosofía se ha dedicado la sección 3.1 a la CDF, comenzando desde la base, con la ingeniería concurrente de forma general, hasta llegar a su uso en el ámbito espacial por parte de la ESA. Se dedicó un apartado a comentar las características de la CDF disponible en IDR/UPM, para la cual se ha creado el programa de este estudio.

A continuación, las secciones siguientes se centran en el módulo concreto del cálculo orbital. Para poder comprender mejor todos aquellos términos empleados en el programa se dedicaron las secciones 3.2 y 3.3 a estudiar en profundidad los

fundamentos que hay detrás. La división en dos secciones se hace por una sencilla razón: la separación entre teoría y práctica. La primera, es un estudio general de los movimientos orbitales, y permite entender cómo definir cada caso particular. La segunda en cambio parte del conocimiento de una órbita concreta y determina sus aplicaciones en la práctica. Al tratarse de un diseño preliminar no se busca un análisis complejo y en profundidad, y las relaciones matemáticas de las que se hace uso en son en muchos casos simplificaciones. Sin embargo, en etapas más avanzadas del diseño sería necesario llevar a cabo simulaciones numéricas con un coste computacional más elevado.

En la sección 3.4 se muestran los frutos del trabajo realizado, con las diversas funciones incluidas en el módulo y las razones por las que se decidió que debían aparecer. Este programa, interconectado con los correspondientes al resto de módulos involucrados, y los especialistas que los emplean, serán los agentes que lleven a cabo la etapa de definición preliminar de la misión espacial en una CDF. La sección 3.5 es probablemente la más importante de todo el análisis, ya que se comprueba que el módulo de cálculo proporciona soluciones fiables en casos reales. Para ello se llevan a cabo una serie de casos de estudio, basándose en resultados obtenidos por diversos investigadores. Los resultados fueron satisfactorios, en las simulaciones realizadas se obtuvieron valores numéricos con desviaciones menores al 1 % en la mayoría de los casos.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] R. H. Battin, *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*, AIAA Educational Series, 1987
- [2] C. D. Brown, *Elements of Spacecraft Design*, AIAA Educational Series, 2002
- [3] A. T. Calderón Salazar, *Fundamentos de la ingeniería concurrente*
- [4] B. A. Campbell, *Introduction to space sciences and spacecraft applications*
- [5] J. M. De La Garza, P. Alcantara Jr., *Value of Concurrent Engineering for A/E/C Industry*. J. of Management. in Engineering, 1994
- [6] P. R. Escobal, *Methods of orbit determination*, Krieger Publishing, 1965
- [7] W. J. Larson and J. R. Wertz, *Space Mission Analysis and Design*, Mcgraw-Hill, 1992
- [8] R. Ramis, *Apuntes de Mecánica orbital*, ETSIAE UPM
- [9] C. Rosado, *Comunicación por satélite: Principios, Tecnología y Sistemas*, Limusa, 2008
- [10] P. Sanz-Aránguez, *Apuntes de vehículos espaciales y misiles I*, ETSIA UPM, 1999
- [11] S. Marcuccio, S. Marcuccio, S. Giannell, S. Giannell, M. Andrenucc, and M. Andrenucc, “Attitude and Orbit Control of Small Satellites and Constellations with FEED Thrusters,” *Proc. Int. Electr. Propuls. Conf. 1997*, pp. 1152–1159, 1997.
- [12] R. J. Boain, “A-B-Cs of Sun-Synchronous Orbit Mission Design 14 AAS / AIAA Space Flight Mechanics Conference,” *14th AAS/AIAA Sp. Flight Mech. Conf.*, pp. 1–19, 2004.
- [13] A. Gad and O. Abdelkhalik, “Repeated Shadow Track Orbits,” *Adv. Astronaut. Sci.*, vol. 135, pp. 2189–2206, 2010.
- [14] D. J. Barnhart, T. Vladimirova and M. N. Sweeting, “ Very-Small-Satellite Design for Distributed Space Missions,” *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 44, No. 6, November- December 2007.
- [15] <http://www.braeunig.us/space/orbmech.htm>

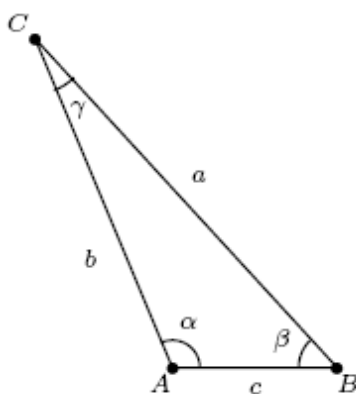
- [16] http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Engineering_Technology/CDF
- [17] <http://www.saftbatteries.com/battery-search/ves-vl-batteries-satellites>
- [18] F. D. Quesada, Comunicaciones espaciales: Mecánica orbital, UPCT, 2010
http://ocw.bib.upct.es/pluginfile.php/6089/mod_resource/content/1/tema2_2010.pdf

ANEXO 2: TEOREMAS DE LA

TRIGONOMETRÍA PLANA Y ESFÉRICA

A lo largo de los diferentes apartados se ha hecho uso de distintas relaciones trigonométricas para deducir ciertos resultados. La finalidad de este anexo es la recopilación de los teoremas existentes para relacionar lados y ángulos en triángulos planos y esféricos.

- **TRIGONOMETRÍA PLANA:** Dado un triángulo cualquiera de lados a , b y c , y ángulos α , β y γ .



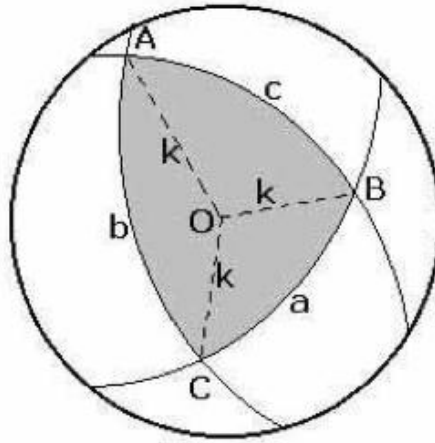
- Teorema del seno:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

- Teorema del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

- **TRIGONOMETRÍA ESFÉRICA:** Dado un triángulo esférico, siendo éste el dominio limitado por tres circunferencias máximas en una esfera, de lados a , b y c , y ángulos A , B y C . Los lados se miden como el ángulo desde el centro de la esfera que abarca dicho lado. Los ángulos se miden tomando las tangentes a las circunferencias máximas en los puntos de intersección entre ellas.



- Teorema del seno:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

- Teorema del coseno para lados:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

- Teorema del coseno para ángulos:

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a$$

- Teorema de la cotangente:

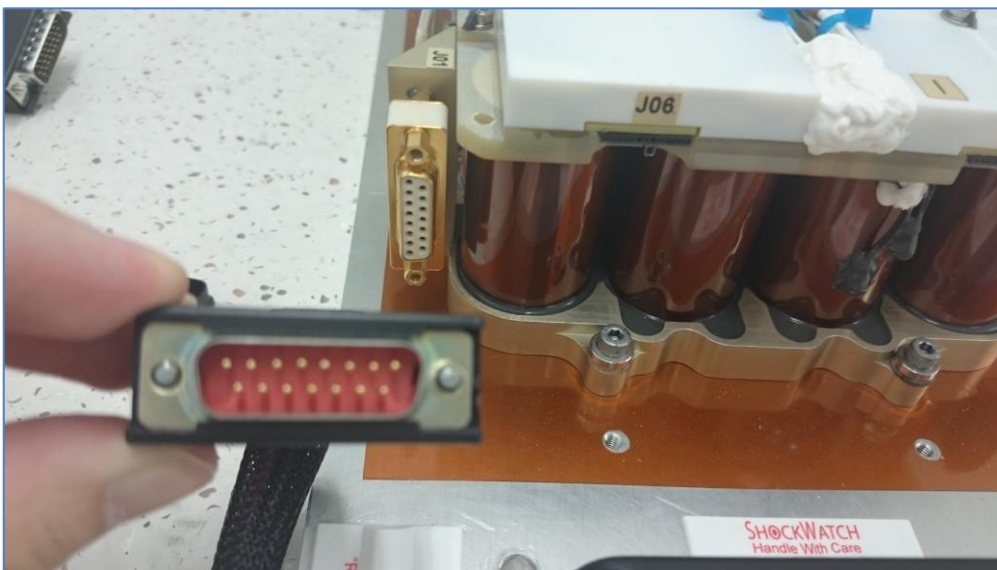
$$\cot a \sin b = \cos b \cos C + \sin C \cot A$$

ANEXO 3: IMÁGENES DE LA BATERÍA 6S4P

VES 16

En este anexo se recopilan diversas fotografías de la batería de estudio, en concreto de sus conexiones y los conectores necesarios para poder medir las tensiones.

- Conexión J01, para la medida de la tensión global, junto con el conector de 15 pines



- Conexiones J03, J04, J05 y J06, para medidas de las tensiones de cada celda individual. Hay una pareja de conexiones a la cada lado. A la izquierda se muestra la regleta para medir cada una de las tensiones.

